

იერარქიული მოდელების გამოყენება კუთხოვანი სივრცული არეებისთვის ფიზიკური ამოცანების გამოსაკვლევად

გიორგი ჯაიანი

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი & ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი  
[George.jaiani@gmail.com](mailto:George.jaiani@gmail.com)

განზომილების რედუქციის ილია ვეკუას მეთოდით აგებული იერარქიული მოდელები წარმოადგენს მძლავრ იარაღს კუთხოვან სივრცულ არეებში დასმულ ფიზიკური ამოცანების გამოსაკვლევად. მათი უპირატესობა სამგვარია:

1. სამგანზომილებიანი ამოცანა დაიყვანება ორგანზომილებიან ამოცანაზე;
2. სამგანზომილებიანი ამოცანის გეომეტრიის სინგულარობა დაიყვანება მმართველი განტოლებების სინგულარობაზე ორგანზომილებიან არეში, და ამდენად; სასაზღვრო და საწყის-სასაზღვრო ამოცანების გამოკვლევაზე სინგულარული ჩვეულებრივი და კერძოწარმოებულებიანი განტოლებისა და სისტემისათვის. ის განსაკუთრებულად მორგებულია ამ შემთხვევაზე;
3. ამ გზით აგებული იერარქიული მოდელების დისკრეტიზაცია შეიძლება სასრულ ელემენტთა  $p$ -ვერსიით.

პრიზმული და სტანდარტული გარსებისათვის იერარქიული მოდელების აგებისას ილია ვეკუამ შემოგვთავაზა და განავითარა განზომილების რედუქციის თავისი მეთოდი [1-3] (ამ მიმართულებით ლიტერატურის მიმოხილვა და კვლევის მდგომარეობა მოცემულია [4] და [5]-ში), რომელიც [6,7]-ში ფორმალიზებულია ისეთი ფორმით, რომ პირდაპირ და მარტივად შეიძლება გამოყენებულ იქნას იერარქიული მოდელების ასაგებად ისეთი ფიზიკური მოდელებისათვის, რომლებიც ფიზიკურ ცვლადად შეიცავენ სისქეს.

მოხსენება ეძღვნება აღნიშნული მიმართულებით (ილია ვეკუას მეთოდით იერარქიული მოდელების აგება და გამოკვლევა სხვადასხვა ფიზიკური მოდელებისთვის) მიღწეული ცოდნის (კვლევის შედეგების) მდგომარეობის პრეზენტაციას.

ციტირებული ლიტერატურა

1. I. Vekua, On one method of calculating of prismatic shells. (Russian) *Trudy Tbilis. Mat. Inst.* 21(1955), 191-259
2. I. Vekua, Theory of thin shallow shells of variable thickness. (Russian) *Trudy Tbilis. Mat. Inst. Razmadze*, 30(1965), 5-103
3. I. Vekua, Shell theory: general methods of construction. Pitman Advanced Publishing Program, Boston-London-Melbourne, 1985, 287 p.
4. G. Jaiani *Cusped Shell-like Structures*, SpringerBriefs in Applied Science and Technology, Springer-Heidelberg-Dordrecht-London-New York, 84 p., Springer, 2011
5. G. Jaiani, N. Chinchaladze, *A survey of results on cusped standard and prismatic shells, in particular plates, and bars and on the corresponding singular PDEs*, Continuum Mechanics and

Thermodynamics, Vol. 33, pages1171–1198, Springer, 2021

6. G. Jaiani, *Piezoelectric Viscoelastic Kelvin-Voigt Cusped Prismatic Shells*, Lecture Notes of TICMI, 19, 83 p., Tbilisi University Press, 2018
7. G. Jaiani, *Even Order Singular Elliptic Equations*, Lecture Notes of TICMI, 24,1-191, Tbilisi University Press, 2023

# HIERARCHICAL MODELS FOR INVESTIGATION OF PROBLEMS IN ANGULAR 3D DOMAINS

**G. Jaiani**

I.Vekua Institute of Applied Mathematics & Faculty of Exact and Natural Sciences of I. Javakhishvili  
Tbilisi State University  
e-mail: George.jaiani@gmail.com

Hierarchical models constructed by Ilia Vekua's dimension reduction method is a powerful tool for investigation of Problems considered in angular 3D( three-dimensional) Domains. The advantage is threefold:

- (i) 3D problem is reduced to 2D problems;
- (ii) 3D geometric singularity is transferred into singularity of governing differential equations in 2D domains, therefore, into investigation of BVPs and IBVPs for singular ordinary and partial differential equations and systems. I.Vekua's method is especially fitting for this case;
- (iii) The hierarchy models obtained in that way can be discretized by the p-version of the finite elements. While constructing hierarchical models for elastic prismatic and standard shells of variable thickness, Ilia Vekua suggested and developed a dimension reduction method [1-3] (for the state of art in this direction see [4], [5]) which in [6,7] is formalized in such a form that it is applicable directly for constructing hierarchical models corresponding to physical models containing as a physical variable the thickness.

The present talk deals with the state of art in application of Ilia Vekua's method of dimension reduction for constructing and investigating the hierarchical models for different physical models.

The special attention is paid to the peculiarities of setting the boundary conditions caused by 3D angularity of domains.

## References:

1. I. Vekua, On one method of calculating of prismatic shells. (Russian) Trudy Tbilisi Mat.Inst. 21(1955), 191-259
2. I. Vekua, Theory of thin shallow shells of variable thickness. (Russian) Trudy Tbilisi Mat. Inst. Razmadze, 30(1965), 5-103
3. I. Vekua, Shell theory: general methods of construction. Pitman Advanced Publishing Program, Boston-London-Melbourne, 1985, 287 p.
4. G. Jaiani Cusped Shell-like Structures, SpringerBriefs in Applied Science and Technology, Springer-Heidelberg-Dordrecht-London-New York, 84 p., Springer, 2011
5. G. Jaiani, N. Chinchaladze, A survey of results on cusped standard and prismatic shells, in particular plates, and bars and on the corresponding singular PDEs, Continuum Mechanics and Thermodynamics, Vol. 33, pages1171–1198, Springer, 2021
6. G. Jaiani, Piezoelectric Viscoelastic Kelvin-Voigt Cusped Prismatic Shells, Lecture Notes of TICMI, 19, 83 p., Tbilisi University Press, 2018
7. G. Jaiani, Even Order Singular Elliptic Equations, Lecture Notes of TICMI, 24,1-191, Tbilisi University Press, 2023