

ბანახის სივრცეში ოპერატორთა ნახევარჯგუფის აპროქსიმაციის შესახებ

ჯემალ როგავა

ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი

მიღებულია შემდეგი შედეგი: ვთქვათ A არის წრფივი, მკვრივად განსაზღვრული, ჩაკეტილი ოპერატორი X ბანახის სივრცეში. დაუშვათ, რომ სექტორი $S = \{z: |\arg(z)| < \varphi, 0 < \varphi < \pi/2\}$ მთლიანად შეიცავს A ოპერატორის სპექტრს და ნებისმიერი $z (\neq 0)$ წერტილისთვის, რომელიც არ ეკუთვნის S -ს სრულდება პირობა $\|(zI - A)^{-1}\| \leq c_0 |z|^{-1}$ ($c_0 = \text{const} > 0$). მაშინ მართებულია

შეფასება:
$$\left\| \left[\exp(-tA) - \left(\left(I - \frac{t}{2n} A \right) \left(I + \frac{t}{2n} A \right)^{-1} \right)^n \right] \varphi \right\| \leq \frac{ct}{n^2} \ln(et) \|A\varphi\|, \text{ სადაც } \varphi \in D(A),$$

$\exp(-tA) (t \geq 0)$ არის ანალიზური ნახევარჯგუფი, რომელსაც წარმოქმნის $(-A)$ ოპერატორი, n -ნატურალური რიცხვია, $c = \text{const} > 0$, $\|\cdot\|$ არის ნორმა X -ში.

On approximation of semi-group of operators in the Banach space

Jemal Rogava

I. Javakhishvili Tbilisi State University
I. Vekua Institute of Applied Mathematics

We have got the following result: Let A is a linear densely defined closed operator in the Banach space X . Let the sector $S = \{z: |\arg(z)| < \varphi, 0 < \varphi < \pi/2\}$ completely contains the spectrum of A and for any $z (\neq 0)$ which does not belong to S , it holds that $\|(zI - A)^{-1}\| \leq c_0 |z|^{-1}$ ($c_0 = \text{const} > 0$). It follows that the estimation is true

$$\left\| \left[\exp(-tA) - \left(\left(I - \frac{t}{2n} A \right) \left(I + \frac{t}{2n} A \right)^{-1} \right)^n \right] \varphi \right\| \leq \frac{ct}{n^2} \ln(et) \|A\varphi\|,$$

where $\varphi \in D(A)$, $\exp(-tA) (t \geq 0)$ is the analytical semi-group which is generated by operator $(-A)$, n is a positive integer, $c = \text{const} > 0$, $\|\cdot\|$ is the norm in X .