

ურანგო ალბათური თეორია (FR-22-4254)

მიხეილ რუხაია ლია კურტანიძე ანრიეტ ბიშარა ლალი ტიბუა
სამეცნიერო ანგარიში

Abstract

From the early stages of artificial intelligence, logical and probabilistic methods have been used independently to solve problems that require a certain type of "intelligence". Probability theory studies problems caused by uncertainty, while logic is more often used to reason about complete knowledge. Considerable effort has been devoted to unifying logical and probabilistic methods into a single framework, which has led to the development of various formalisms and programming tools. These languages and formalisms have been successfully used in many areas. Some such applications include web mining, natural language processing, robotics, transportation systems, communication networks, social networks, medicine, bio- and chemical-informatics, electronic games, and activity recognition.

All probabilistic logical formalisms studied so far allow only individual variables, i.e. variables that can be replaced by a single term. On the other hand, theories and systems have been developed that use not only individual variables, but also sequential variables (these variables can be replaced by a finite, possibly empty, sequence of terms). Recently, the usefulness of sequential variables and unranked symbols (functional and/or predicate symbols without fixed placeholders) has been demonstrated in various formalisms and illustrated in practical applications related to XML operations, knowledge representation, automatic reasoning, etc.

Our research has mainly concerned the development of new theories where sequential variables, unranked terms, and probabilistic primitives are available together. Such formalisms are interesting from both theoretical and practical points of view, as they provide a very flexible and expressive platform for modeling various real-world problems.

In the project, we developed unranked probabilistic logic and studied its properties. In particular, the correctness and completeness theorems of this logic were proved. We showed the possibility of using this formalism in natural language processing tasks such as ambiguity recognition. We also studied the methods of reasoning in unranked probabilistic logic. More specifically, the possibility of introducing a probabilistic operator into the sequence enumeration, as a result of which we formulated the Urango probabilistic sequence enumeration. A proof-theoretical study of the obtained formalism was carried out. The latter involves the proof of the elimination theorem of the rule of exclusion. We extended the procedure developed by Gentzen to cases when a probabilistic operator is introduced into the enumeration.

The study of probabilistic and logical theories is an established scientific field that is actively developing due to the importance of its practical applications, for example, in image processing, computational linguistics, etc. It is an interdisciplinary direction where different subfields of mathematics, computer science, logic, artificial intelligence meet. The results of the project are aimed at solving some of the fundamental problems raised by such integration,

contributing to the development of algorithmic, constructive methods in this field, and the emergence of new areas of knowledge and application.

რეზიუმე

ხელოვნური ინტელექტის განვითარების ადრეული ეტაპიდანვე ლოგიკური და ალბათური მეთოდები გამოიყენებოდა ერთმანეთისგან დამოუკიდებლად ისეთი ამოცანების ამოსახსნელად, რომელიც გარკვეული ტიპის “ინტელექტს” მოითხოვს. ალბათობის თეორია სწავლობს გაურკვევლობით გამოწვეულ ამოცანებს, ხოლო ლოგიკა უფრო ხშირად გამოიყენება სრულყოფილ ცოდნაზე მსჯელობისთვის. მნიშვნელოვანი ძალისხმევა დაეთმო ლოგიკური და ალბათური მეთოდების გაერთიანებას ერთ ჩარჩოში, რამაც მოახდინა სხვადასხვა ფორმალიზმისა და პროგრამირების ინსტრუმენტების განვითარება. ეს ენები და ფორმალიზმები წარმატებით იქნა გამოყენებული მრავალი მიმართულებით. ზოგიერთ ასეთ გამოყენებაში შედის ვებ-მაინინგი, ბუნებრივი ენის დამუშავება, რობოტიკა, ტრანსპორტირების სისტემები, საკომუნიკაციო ქსელები, სოციალური ქსელები, მედიცინა, ბიო- და ქიმიო-ინფორმატიკა, ელექტრონული თამაშები და აქტივობების ამოცნობა.

აქამდე შესწავლილი ყველა ალბათური ლოგიკური ფორმალიზმი უშვებს მხოლოდ ინდივიდუალურ ცვლადებს, ე.ი. ცვლადებს, რომელთა ჩანაცვლება შესაძლებელია ერთი თერმით. მეორეს მხრივ, განვითარდა თეორიები და სისტემები, რომლებიც იყენებენ არა მხოლოდ ინდივიდუალურ ცვლადებს, არამედ მიმდევრობით ცვლადებსაც (ამ ცვლადების ჩანაცვლება შესაძლებელია სასრული, შესაძლოა ცარიელი, თერმების მიმდევრობით). ცოტა ხნის წინ, მიმდევრობითი ცვლადებისა და ურანგო სიმბოლოებს (ფუნქციონალური ან/და პრედიკატული სიმბოლოები ფიქსირებული ადგილიანობის გარეშე) სარგებლიანობა ნაჩვენები იქნა სხვადასხვა ფორმალიზმში და ილუსტრირებული იქნა პრაქტიკულ გამოყენებებში, რომლებიც დაკავშირებულია XML ოპერაციებთან, ცოდნის წარმოდგენასთან, ავტომატურ მსჯელობასთან, და სხვა.

ჩვენი კვლევა, ძირითადად, შეეხებოდა ახალი თეორიების შემუშავებას, სადაც მიმდევრობითი ცვლადები, ურანგო ტერმები და ალბათური პრიმიტივები ერთად არიან ხელმისაწვდომი. ასეთი ფორმალიზმები საინტერესოა როგორც თეორიული, ასევე პრაქტიკული თვალსაზრისით, რადგან ისინი იძლევიან ძალიან მოქნილ და გამოქმნადობით პლატფორმას რეალური სამყაროს სხვადასხვა ამოცანების მოდელირებისთვის.

პროექტში შევიმუშავეთ ურანგო ალბათური ლოგიკა და შევისწავლეთ მისი თვისებები. კერძოდ, დამტკიცებულ იქნა ამ ლოგიკის სისწორისა და სისრულის თეორემები. ვაჩვენეთ ამ ფორმალიზმის გამოყენების შესაძლებლობა ბუნებრივი ენის დამუშავების ისეთ ამოცანებში, როგორცაა ორპროვინების ამოცნობა. აგრეთვე შევისწავლეთ ურანგო ალბათურ ლოგიკაში მსჯელობის მეთოდები. უფრო კონკრეტულად, სეკვენციათა აღრიცხვაში ალბათური ოპერატორის შეტანის შესაძლებლობა, რის შედეგადაც ჩამოვაცალიბეთ ურანგო ალბათური სეკვენციათა აღრიცხვა. განხორციელდა მიღებული ფორმალიზმის დამტკიცება-თეორიული შესწავლა. ეს უკანასკნელი გულისხმობს განკვეთის წესის ელიმინაციის თეორემის დამტკიცებას. ჩვენ განვაგრცეთ გენცენის მიერ შემუშავებული პროცედურა ისეთ შემთხვევებზე, როდესაც აღრიცხვაში შემოტანილია ალბათური ოპერატორი.

ალბათური და ლოგიკური პრიმიტივებიანი თეორიების შესწავლა დამკვიდრებული სამეცნიერო სფეროა, რომელიც აქტიურად ვითარდება მისი პრაქტიკული გამოყენების მნიშვნელობის გამო, მაგალითად, გამოსახულებათა დამუშავებაში, გამოთვლით ლინგვისტიკაში, და ა.შ. ეს ინტერდისციპლინური მიმართულებაა, სადაც მათემატიკის, კომპიუტერული მეცნიერებების, ლოგიკის, ხელოვნური ინტელექტის სხვადასხვა ქვედარგები ხვდებიან ერთმანეთს. პროექტის შედეგები ასეთი ინტეგრირებისას წამოჭრილი ზოგიერთი ფუნდამენტური პრობლემის ამოხსნისკენაა მიმართული, ხელს უწყობს ამ დარგში ალგორითმული, კონსტრუქციული მეთოდების განვითარებას და ახალი ცოდნისა და გამოყენების არეების წარმოქმნას.

1 შესავალი

ხელოვნური ინტელექტის განვითარების ადრეული ეტაპიდანვე ლოგიკური და ალბათური მეთოდები გამოიყენებოდა ერთმანეთისგან დამოუკიდებლად ისეთი ამოცანების ამოსახსნელად, რომელიც გარკვეული ტიპის “ინტელექტს” მოითხოვს. ალბათობის თეორია სწავლობს გაურკვევლობით გამონვეულ ამოცანებს, ხოლო ლოგიკა უფრო ხშირად გამოიყენება სრულყოფილ ცოდნაზე მსჯელობისთვის. მნიშვნელოვანი ძალისხმევა დაეთმო ლოგიკური და ალბათური მეთოდების გაერთიანებას ერთ ჩარჩოში, რამაც მოახდინა სხვადასხვა ფორმალიზმისა და პროგრამირების ინსტრუმენტების განვითარება. ასეთ ფორმალიზმებს შორის ყველაზე გამორჩეულია Independent Choice Logic (ICL) [38], PRISM [42], Markov Logic Networks (MLN) [41], CLP(BN) [15], Bayesian Logic Programs [25], P-log [2], ProbLog [16], and Probabilistic Soft Logic (PSL) [1]. ეს ენები და ფორმალიზმები წარმატებით იქნა გამოყენებული მრავალი მიმართულებით. ზოგიერთ ასეთ გამოყენებაში შედის ვებ-მაინინგი, ბუნებრივი ენის დამუშავება, რობოტიკა, ტრანსპორტირების სისტემები, საკომუნიკაციო ქსელები, სოციალური ქსელები, მედიცინა, ბიო- და ქიმიო-ინფორმატიკა, ელექტრონული თამაშები და აქტივობების ამოცნობა.

აქამდე შესწავლილი ყველა ალბათური ლოგიკური ფორმალიზმი ან პროპობიციულია, ან უშვებს მხოლოდ ინდივიდუალურ ცვლადებს, ე.ი. ცვლადებს, რომელთა ჩანაცვლება შესაძლებელია ერთი თერმით. მეორეს მხრივ, განვითარდა თეორიები და სისტემები, რომლებიც იყენებენ არა მხოლოდ ინდივიდუალურ ცვლადებს, არამედ მიმდევრობით ცვლადებსაც (ამ ცვლადების ჩანაცვლება შესაძლებელია სასრული, შესაძლოა ცარიელი, თერმების მიმდევრობით). ცოტა ხნის წინ, მიმდევრობითი ცვლადებისა და ურანგო სიმბოლოებს (ფუნქციონალური ან/და პრედიკატული სიმბოლოები ფიქსირებული ადგილიანობის გარეშე) სარგებლიანობა ნაჩვენები იქნა სხვადასხვა ფორმალიზმში და ილუსტრირებული იქნა პრაქტიკულ გამოყენებებში, რომლებიც დაკავშირებულია XML [9, 28, 10, 11, 12, 13], სქემის ტრანსფორმაციის ოპერაციებთან [40, 8], ცოდნის წარმოდგენასთან [18, 22, 21, 34], ავტომატურ მსჯელობასთან [37, 19, 26, 23, 7], გადანერასთან [20, 43, 24], ფუნქციონალურ, ფუნქციონალურ ლოგიკურ, და წესებზე დაფუძნებულ პროგრამირებასთან [33, 3, 31, 32], საერთო ლოგიკასთან [14], მხოლოდ რამდენიმე რომ დავასახელოთ. არსებობს მიმდევრობის ცვლადებით პროგრამირების სისტემები, რომელთაგან ალბათ ყველაზე გამორჩეულია Mathematica [44], ძლიერი წესებზე დაფუძნებული პროგრამირების ენით, რომელიც იყენებს (განსაკუთრებით პირველი რიგის, ტოლობიანი) ურანგო შეთანადებას მიმდევრობითი ცვლადებით [4]. ურანგო თერმი არის პირველი რიგის თერმი, სადაც ერთი და იგივე ფუნქციონალური სიმბოლო შეიძლება შეგვხვდეს სხვადასხვა ადგილას, სხვადასხვა რაოდენობის არგუმენტებით. ურანგო ფუნქციონალურ სიმბოლოებს და მიმდევრობით ცვლადებს ამ ენაში შემოაქვთ დიდი გამომსახველობითი უნარი, რომელიც შესაძლებლობას გვაძლევს დავწეროთ მოკლე, ლაკონური და ადვილად წასაკითხი კოდი.

აღნიშნული პროექტი ეხებოდა ახალი თეორიის შემუშავებას, სადაც მიმდევრობითი ცვლადები, ურანგო თერმები და ალბათური პრიმიტივები ერთად იქნებოდა ხელმისაწვდომი. ასეთი ფორმალიზმი საინტერესოა როგორც თეორიული, ასევე პრაქტიკული თვალსაზრისით, რადგან ის იძლევა ძალიან მოქნილ და გამომსახველობით პლატფორმას რეალური სამყაროს ამოცანებიდან გამომდინარე სხვადასხვა პრობლემების მოდელირებისთვის.

ალბათური და ლოგიკური პრიმიტივებიანი თეორიების შესწავლა დამკვიდრებული სამეცნიერო სფეროა, რომელიც აქტიურად ვითარდება მისი პრაქტიკული გამოყენების მნიშვნელობის გამო, მაგალითად, გამოსახულებათა დამუშავებაში, გამოთვლით ლინგვისტიკაში, და ა.შ. ახალი რაოდენობრივი პროგრამირების ენების გაჩენის შემ-

დევ, მაგალითად, როგორცაა ალბათური ლოგიკური პროგრამირება, მათი მნიშვნელობა გაიზარდა, რადგან ისინი შესაფერისი საშუალებაა ამ ენების სემანტიკის შესასწავლად. ბუხბერგერის მიხედვით [5, 6], მათემატიკური მსჯელობის სამი მთავარი აქტივობაა დამტკიცება, ამოხსნა და გამოთვლა. ამ პროექტში განხორციელდა ამ აქტივობების შესაბამისად ახალი ურანგო ალბათური თეორიის შემუშავება.

2 კვლევის მეთოდები

ამ კვლევისათვის შემუშავებული იქნა შემდეგი მეთოდი: დასმული პრობლემის გადასაჭრელად, მიზნად დავისახეთ სპეციფიკური თეორიის შემუშავება, ანალიზი და იმპლემენტაცია თითოეული ძირითადი აქტივობისთვის. ეს აქტივობები ურთიერთდაკავშირებულია. მათ შორის, ჩვენს შემთხვევაში, ფუნდამენტური იყო დამტკიცების და ამოხსნის აქტივობები, რადგან ამ ნაწილისთვის შემუშავებული ტექნიკა საჭირო იყო გამოთვლისა და დედუქციის აქტივობებისთვის.

ქვემოთ მოცემულია პროექტში დასმული ამოცანები და შესაბამისი მეთოდები. ამოცანები აქტივობებს უკავშირდებოდა შემდეგნაირად:

- ამოცანა 1 დაკავშირებულია დამტკიცებასთან.
- ამოცანა 2 დაკავშირებულია ამოხსნასა და დედუქციასთან.
- ამოცანა 3 დაკავშირებულია ამოხსნასა და გამოთვლასთან.
- ამოცანა 4 დაკავშირებულია ყველა აქტივობასთან.

ჩამოთვლილი აქტივობების განხორციელების მეთოდები საფუძველს იღებს მათემატიკის, გამოთვლითი ლოგიკის და კომპიუტერული მეცნიერების სხვადასხვა ქვედარგიდან, როგორცაა, მაგალითად:

- კლასიკური და არაკლასიკური ლოგიკური თეორიები, ალბათობის თეორია,
- ალგორითმებისა და თეორიების შექმნა, ანალიზი (გაჩერებადობა, სისრულე, სისწორე), იმპლემენტაცია,
- მტკიცებათა თეორია, განკვეთის წესის ელიმინაციის პროცედურა,
- ავტომატური მსჯელობა და თეორემათა ავტომატური დამტკიცება,
- კომპიუტერული ლოგიკა, ლოგიკური პროგრამირება.

3 კვლევის შედეგების განხილვა

პროექტში დასმული იყო ოთხი ამოცანა. ჩვენ განვიხილავთ თითოეულ მათგანს და მოვიყვანთ შესაბამის შედეგებს.

ურანგო ალბათური ლოგიკის ფორმალიზმის შემუშავება და მისი სისწორისა და სისრულის თვისებების შესწავლა. ეს ამოცანა დაკავშირებულია დამტკიცების აქტივობასთან. მის ამოსახსნელად ჩვენ გავაფართოვეთ პირველი რიგის ალბათური ლოგიკის ფორმალიზმი მიმდევრობითი ცვლადებით და შევისწავლეთ მისი თვისებები, როგორცაა სისწორე და სისრულე. ეს არ იყო ტრივიალური ამოცანა, ვინაიდან არსებობს ლოგიკური ფორმალიზმის სისრულის ორი ფორმა: *სუსტი*

სისრულე – ფორმულა არის არანინაალმდეგობრივი მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ ის არის შესრულებადი, ან *ძლიერი სისრულე* – ფორმულათა სიმრავლე არის არანინაალმდეგობრივი მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ ის არის შესრულებადი. ცხადია, სუსტი სისრულე გამომდინარეობს ძლიერი სისრულიდან, მაგრამ არა პირიქით. კლასიკურ ლოგიკაში ეს თეორემები ექვივალენტურია *კომპაქტურობის თეორემიდან* გამომდინარე – ფორმულათა სიმრავლე შესრულებადია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ მისი ყოველი სასრული ქვესიმრავლე შესრულებადია. თუმცა, [36]-ის მიხედვით, ალბათურ ლოგიკებში საზოგადოდ კომპაქტურობის თვისება არ გვაქვს, და მეტიც, ძლიერი სისრულე არ გვაქვს ზოგერთ ასეთ ლოგიკაში.

პირველი ამოცანა დაიშალა ორ ქვეამოცანად, სადაც პირველ ეტაპზე ჩვენ შევიძუშავეთ ურანგო ალბათური ლოგიკის სინტაქსი და სემანტიკა. ამ მიზნით, ჩვენ ავარჩიეთ LFOP₁ ალბათური ლოგიკა და ჩავაშენეთ მასში მიმდევრობითი ცვლადები, და ურანგო ფუნქციონალური და პრედიკატული სიმბოლოები.

[35]-ის მიხედვით, არსებობს ორი ტიპის ალბათური ლოგიკის ფორმალიზმი: რომელიც შეიცავს ან *ალბათურ ოპერატორებს* $P_{>s}\alpha$ (α -ს ალბათობა არის მინიმუმ s) ან *ალბათურ კვანტორებს* $(Px > r)\alpha(x)$ (სიმრავლის $\{x \mid \alpha(x)\}$ ალბათობა არის r -ზე მეტი). ჩვენ ავარჩიეთ პირველი მიდგომა და შემოვიტანეთ მიმდევრობითი ცვლადები ისეთ ლოგიკაში, სადაც გვაქვს ალბათური ოპერატორები. მეორე საფეხურზე, ჩვენ [27, 35]-ში განხილული ტექნიკების შესაბამისად შევისწავლეთ მიღებული LFOP_u ურანგო ალბათური ლოგიკის სემანტიკა და დავამტკიცეთ მისი სისწორისა და სისრულის თეორემები.

ურანგო ალბათური ლოგიკისათვის მსჯელობის მეთოდების შემუშავება და კარგად-მოქცევადი ფრაგმენტების შესწავლა. ეს ამოცანა დაკავშირებულია ამოხსნისა და დედუქციის აქტივობასთან. ამ მხრივ ჩვენ უფრო მეტ ყურადღებას ვამახვილებთ გამოყვანის ისეთ ტექნიკებზე, რომელიც დაკავშირებულია ამოცანა 1-ში მიღებულ ლოგიკასთან. როდესაც მიმდევრობითი ცვლადები შემოდის ენაში, უნიფიკაციის ამოცანა ხდება არასასრული, თუმცა შესაძლებელია სასრული ფრაგმენტების იდენტიფიცირება [29]. ასეთი კარგად-მოქცევადი ფრაგმენტების პოვნა მნიშვნელოვანია პრაქტიკული გამოყენებებისათვის.

ამ ამოცანის ამოსახსნელად ჩვენ ავიღეთ [27]-ში მოცემული გენცენის სტილის სისტემა **G** და მას დავემატეთ ალბათური ოპერატორი იმავე გზით, როგორც მარია ბორინჩინა გააკეთა კლასიკური წინადადებათა სექკვენციათა კალკულუსისთვის [35]-ში. ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ ახალი სისტემა არის **G** სისტემის გაფართოება იმ აზრით, რომ როდესაც ყველა ალბათობა არის 1, ახალი სისტემა ემთხვევა **G**-ს. აგრეთვე, დავამტკიცეთ, რომ ახალი სისტემა ინარჩუნებს ისეთ თვისებებს, როგორიცაა სისწორე და სისრულე.

შევნიშნოთ, რომ სრული ურანგო ალბათური ლოგიკა არის არა-ამოხსნადი, მაგრამ პრაქტიკული გამოყენებებისათვის ამოხსნადობა სასურველია. ამიტომ, ძალიან მნიშვნელოვანია მისი შეზღუდვა კარგად-მოქცევად, ამოხსნად ფრაგმენტებზე. ასეთი ფრაგმენტების მისაღებად რამდენიმე მეთოდი არსებობს. ჩვენ გამოვიყენეთ ფუნქციონალური სიმბოლოების შეზღუდვის მეთოდი. შედეგად მივიღეთ, რომ ინტერპრეტაციათა არე გახდა სასრული, რაც გვაძლევს ფრაგმენტის ამოხსნადობას.

ურანგო ალბათური ლოგიკისა და შესაბამისი მსჯელობის მეთოდების დამტკიცება-თეორიული შესწავლა. ეს ამოცანა დაკავშირებულია ამოხსნისა და გამოთვლის აქტივობასთან. ამ ამოცანის ამოსახსნელად ჩვენ ჩავატარეთ

წინა ამოცანის შედეგად მიღებული ფორმალიზმის, ალბათური სეკვენციათა კალკულუსის, მოდელ-თეორიული და დამტკიცება-თეორიული ანალიზი.

მოცემული გვაქვს რამდენიმე მნიშვნელოვანი სტრუქტურული წესი: მონოტონურობის ($M \uparrow$, $M \downarrow$) და განკვეთის (cut).

$$\frac{\Gamma \vdash_a^b \Delta}{\Gamma \vdash_c^d \Delta} M \uparrow \quad \frac{\Gamma \vdash_a^b \Delta \quad \Gamma \vdash_c^d \Delta}{\Gamma \vdash_{\max(a,c)}^{\min(b,d)} \Delta} M \downarrow \quad \frac{\Gamma \vdash_a^b \Delta, A \quad A, \Pi \vdash_c^d \Lambda}{\Gamma, \Pi \vdash_{\max(0, a+c-1)}^{\min(b+d, 1)} \Delta, \Lambda} cut$$

მონოტონურობის შესწავლა მნიშვნელოვანია, რომ დასკვნის ინტერვალი არ გასცდეს დადგენილ საზღვრებს ($[0, 1]$) ან არ აღმოჩნდეს ისე, რომ ინტერვალი არასწორია (ინტერვალის ქვედა ზღვარი მეტია ზედა ზღვარზე) და წინააღმდეგობა მივიღეთ.

განკვეთის წესისათვის ნაჩვენებია მისი ელიმინაციის თეორემა, რომელიც ეფუძნება გენცენის პროცედურას. ეს არის დამტკიცებათა გადანერაზე დაფუძნებული მეთოდი. მაგალითად, ჩვენს შემთხვევაში, ერთ-ერთი გადანერის წესია, რომ დამტკიცების შაბლონი:

$$\frac{\frac{\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3}{A, B \vdash_1^1 \quad \vdash_a^b A \quad \vdash_c^d B} Add \quad \frac{\phi}{A, \Pi \vdash_e^f \Lambda} cut}{\Pi \vdash_{\max(0, \max(1, a+c)+e-1)}^{\min(1, \min(1, b+d)+f)} \Lambda, B} cut$$

გადანიწერება დამტკიცებაში:

$$\frac{\frac{\frac{\phi_2 \quad \phi}{\vdash_a^b A \quad A, \Pi \vdash_e^f \Lambda} cut \quad \phi_3}{\Pi \vdash_{\max(0, a+e-1)}^{\min(1, b+f)} \Lambda \quad \vdash_c^d B} w: r}{\Pi \vdash_{\max(\max(0, a+e-1), c)}^{\min(1, \min(1, b+f)+d)} \Lambda, B} M \uparrow}{\Pi \vdash_{\max(0, \max(1, a+c)+e-1)}^{\min(1, \min(1, b+d)+f)} \Lambda, B} M \uparrow$$

ამ გადანერისას აუცილებელია, რომ საბოლოო სეკვენციის ალბათობის ინტერვალის გასწორება შესაძლებელი იყოს მონოტონურობის წესის გამოყენებით. ამისათვის დადგენილია პირობები, რომ ალბათობები უნდა იყოს საკმარისად მაღალი. ასეთი გადანერის წესების მრავალჯერადი გამოყენება საბოლოო ჯამში გვადლევს დამტკიცებას, სადაც განკვეთის წესი არ გვხვდება.

პროტოტიპული იმპლემენტაცია და ექსპერიმენტები. ეს ამოცანა დაკავშირებულია ყველა აქტივობასთან. მისი შესრულება ხდებოდა ყველა ეტაპზე, ვინაიდან ჩვენ მივყვებოდით იმ სტანდარტულ პრინციპს, რომ პროცედურის თუ ალგორითმის შექმნას თან უნდა ახლდეს მისი რეალიზაცია და ტესტირება. როგორც ეს ყოველთვის ხდება, ასეთი პროცესი იწვევს ალგორითმების მნიშვნელოვნად გაუმჯობესებას როგორც თეორიულად, ისე პრაქტიკულად.

ექსპერიმენტების ასპექტში შესაძლოა განვიხილოთ მიღებული შედეგების ნეიროსიმბოლური ხელოვნური ინტელექტის ამოცანებში გამოყენება. ჩვენ ვაჩვენებთ ურანგო ალბათური თეორიის შესაძლებლობა ბუნებრივი ენის ორაზროვნების

დადგენის ამოცანებში. ამ მიმართულებით კვლევები, შეიძლება ითქვას, რომ საწყის ეტაპზე და უახლოეს წლებში მათი მრავალმხრივი განვითარებაა მოსალოდნელი.

პრაქტიკული თვალსაზრისით ურანგო ალბათური ლოგიკის ფორმალიზმი საკმაოდ მძლავრი და საინტერესოა ორ ასპექტში: ალბათური მონაცემების მოდელირების შესაძლებლობები და ალბათური მონაცემების დამუშავების შესაძლებლობები. ორივე ასპექტის ტესტირება შესაძლებელია სემანტიკურ ვებთან დაკავშირებულ გამოყენებებში (იხილეთ, მაგ., [39, 30]). ექსპერიმენტების ასპექტში, ჩვენი ფორმალიზმის გამოყენება შესაძლებელია სვადასხვა სამედიცინო ამოცანებში, როგორცაა მაგალითად:

- ანამნეზზე დაყრდნობით სხვადასხვა დიაგნოზის ალბათობის დადგენა;
- სტაციონარში მიმდინარე მკურნალობის პარამეტრების ანალიზის შედეგად რეკოსპიტალიზაციის პროგნოზირება.

4 დასკვნები

ამ პროექტის ფარგლებში შემუშავდა ურანგო ალბათური ლოგიკა, მოხდა მისი თვისებების შესწავლა და მასზე მსჯელობის მეთოდის დანერგვა. ჩვენი მიდგომის სიახლე მდგომარეობდა იმაში, რომ ჩვენ განვავრცეთ ალბათური ლოგიკა მიმდევრობითი ცვლადებით და ურანგო ფუნქციონალური და პრედიკატული სიმბოლოებით. მიღებული ფორმალიზმის გამოყენების კუთხით, გამოვიკვლევთ მისი შესაძლებლობები ბუნებრივი ენის დამუშავების ამოცანებში, კერძოდ ორამბროვნების დადგენის მიმართულებით. მიღებული შედეგები გამოქვეყნდა შემდეგ სტატიებსა და პრეპრინტებში:

1. Merium Hazem Anwar Labib Bishara, Lia Kurtanidze, Mikheil Rukhaia, Lali Tibua. First-Order Probabilistic Logic With Sequence Variables and Unranked Symbols. Short papers of Advances in Modal Logic, Prague, Czech Republic, 2024.
2. Merium Hazem Anwar Labib Bishara, Lia Kurtanidze, Mikheil Rukhaia, Lali Tibua. Probabilized Unranked Sequent Calculus. In proceedings of 13th Conference Logic and Applications, Dubrovnik, Croatia, 2024.
3. Merium Hazem Anwar Labib Bishara, Lia Kurtanidze, Mikheil Rukhaia, Lali Tibua. Unranked Probabilistic Logic and its Applications, Lecture Notes of TICMI, vol.27, pp.71-81, Tbilisi University Press, 2026
4. Peter Csaba Ölveczky, Mario Reja, Mikheil Rukhaia, Kyungmin Bae, Mircea Marin. Efficient Verification of Lingua Franca Programs. S. Junges and G. Katz (Eds.): TACAS 2026, Lecture Notes in Computer Science, vol 16506, pp. 23-41, Springer, Cham, 2026.

აღსანიშნია, რომ ამ შედეგებმა უკვე ჰპოვეს გამოყენება დასავლელი კოლეგების შრომებში, რასაც მოწმობს ზემოთ ჩამოთვლილი სტატიების ციტირებები. ეს კი მომავალი თანამშრომლობის საფუძველს ქმნის.

პროექტის წევრებმა მონაწილეობა მიიღეს არაერთ საერთაშორისო სამეცნიერო ფორუმში მომხსენებლის, თანამომხსენებლის, პროგრამული კომიტეტის წევრის რანგში და მიწვეულნი იყვნენ სათანამშრომლოდ ან მოხსენების წასაკითხად სხვადასხვა უნივერსიტეტში, მათ შორის:

- საერთაშორისო კონფერენცია ხელსაწყობები და ალგორითმები სისტემების აგებისა და ანალიზისთვის (TACAS);
- ევროპული გაერთიანებული კონფერენცია ლოგიკა ხელოვნურ ინტელექტში (JELIA)
- საერთაშორისო კონფერენცია „გამოთვლადობა ევროპაში“ (CiE);
- მოქმედი ფორმალური მეთოდების სიმპოზიუმი (FROM);
- თეორემათა ინტერაქტიური მტკიცებების საერთაშორისო კონფერენცია (ITP);
- ლოგიკა, ალგებრა და ჭეშმარიტების ხარისხები (LATD);
- მოდალური ლოგიკის თანამედროვე მიღწევები (AiML);
- საერთაშორისო სიმპოზიუმი სიმბოლურ და რიცხვით ალგორითმებში საცმეცნიერო გამოთვლებისათვის (SYNASC);
- IEEE eScience 19-ე საერთაშორისო კონფერენცია (eScience);
- თბილისის საერთაშორისო კონფერენცია „ენა, ლოგიკა, გამოთვლები“ (TbiLLC);
- საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის საერთაშორისო კონფერენცია;
- საერთაშორისო ვორქშოფი ლოგიკა და გამოყენებები (LAP);
- ლინცის უნივერსიტეტი, ავსტრია;
- პარიზის უნივერსიტეტი, საფრანგეთი;
- ტიმიშოარას უნივერსიტეტი, რუმინეთი;
- ოსლოს უნივერსიტეტი, ნორვეგია;
- ბერნის უნივერსიტეტი, შვეიცარია.

5 სამომავლო რეკომენდაციები

ალბათური და ურანგო თეორიების შესწავლა ძალიან ინტენსიურად მიმდინარეობს მათი არაერთი საინტერესო გამოყენების გამო. განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ბოლო წლებში გააქტიურებული მიმართულება, რაც მიზნად ისახავს სიმბოლური და რაოდენობრივი ტექნიკების ინტეგრირებას და ნეირო-სიმბოლური ხელოვნური ინტელექტის ამოცანებში მათ გამოყენებას. ჩვენი პროექტი სწორედ ასეთი ინტეგრირების შემუშავებას ეხებოდა ურანგო ალბათური ლოგიკის სახით. ამ მიმართულებით კვლევები, შეიძლება ითქვას, რომ სანყის ეტაპზეა და უახლოეს წლებში მათი მრავალმხრივი განვითარებაა მოსალოდნელი. ეს ინტერდისციპლინური მიმართულებაა, სადაც მათემატიკის, კომპიუტერული მეცნიერებების, ლოგიკის, ხელოვნური ინტელექტის სხვადასხვა ქვედარგები ხვდებიან ერთმანეთს. იმედია, რომ ამ პროექტში მიღებული შედეგები ხელს შეუწყობს საქართველოში აღნიშნული დარგის პოპულარიზაციას და საერთაშორისო დონის კვლევების წარმოებას.

ლიტერატურა

- [1] Stephen H Bach, Matthias Broecheler, Bert Huang, and Lise Getoor. Hinge-loss markov random fields and probabilistic soft logic. *Journal of Machine Learning Research*, 18:1–67, 2017.

- [2] Chitta Baral, Michael Gelfond, and Nelson Rushton. Probabilistic reasoning with answer sets. *Theory and Practice of Logic Programming*, 9(1):57–144, 2009.
- [3] Harold Boley. *A Tight, Practical Integration of Relations and Functions*, volume 1712 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, 1999.
- [4] Bruno Buchberger. Mathematica as a rewrite language. In Tetsuo Ida, Atsushi Ohori, and Masato Takeich, editors, *Functional and Logic Programming - 2nd Fuji International Workshop, FLOPS 1996, Shonan Village, Japan, June 4-6, 1996. Proceedings*, Lecture Notes in Computer Science, pages 1–13. Springer, 1996.
- [5] Bruno Buchberger. Computing, solving, proving: A report on the theorema project. In *International Conference on Logic Programming and Nonmonotonic Reasoning*, pages 220–221. Springer, 1997.
- [6] Bruno Buchberger. Mathematics of 21st century: A personal view. In *Invited talk at SCSS 2013: 5th International Symposium on Symbolic Computation in Software Science*, 2013.
- [7] Bruno Buchberger, Adrian Craciun, Tudor Jebelean, Laura Kovács, Temur Kutsia, Koji Nakagawa, Florina Piroi, Nikolaj Popov, Judit Robu, Markus Rosenkranz, and Wolfgang Windsteiger. Theorema: Towards computer-aided mathematical theory exploration. *J. Applied Logic*, 4(4):470–504, 2006.
- [8] Eric Chasseur and Yves Deville. Logic program schemas, constraints, and semi-unification. In Fuchs [17], pages 69–89.
- [9] Jorge Coelho and Mário Florido. CLP(Flex): Constraint Logic Programming applied to XML processing. In Robert Meersman and Zahir Tari, editors, *CoopIS/DOA/ODBASE (2)*, volume 3291 of *LNCS*, pages 1098–1112. Springer, 2004.
- [10] Jorge Coelho and Mário Florido. Veriflog: A constraint logic programming approach to verification of website content. In Heng Tao Shen, Jinbao Li, Minglu Li, Jun Ni, and Wei Wang, editors, *Advanced Web and Network Technologies, and Applications, APWeb 2006 International Workshops: XRA, IWSN, MEGA, and ICSE, Harbin, China, January 16-18, 2006, Proceedings*, volume 3842 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 148–156. Springer, 2006.
- [11] Jorge Coelho and Mário Florido. XCentric: logic programming for XML processing. In Irini Fundulaki and Neoklis Polyzotis, editors, *9th ACM International Workshop on Web Information and Data Management (WIDM 2007), Lisbon, Portugal, November 9, 2007*, pages 1–8. ACM, 2007.
- [12] Jorge Coelho, Mário Florido, and Temur Kutsia. Sequence disunification and its application in collaborative schema construction. In Mathias Weske, Mohand-Said Hacid, and Claude Godart, editors, *WISE Workshops*, volume 4832 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 91–102. Springer, 2007.
- [13] Jorge Coelho, Mário Florido, and Temur Kutsia. Collaborative schema construction using regular sequence types. In *Proceedings of the IEEE*

- International Conference on Information Reuse and Integration, IRI 2009, 10-12 August 2009, Las Vegas, Nevada, USA*, pages 290–295. IEEE Systems, Man, and Cybernetics Society, 2009.
- [14] Common Logic Working Group. Common Logic Working Group Documents: Common Logic Standard. <http://common-logic.org/>, 2007.
- [15] Vitor Santos Costa, David Page, and James Cussens. CLP(BN): Constraint Logic Programming for Probabilistic Knowledge. In *Probabilistic inductive logic programming*, pages 156–188. Springer, 2008.
- [16] Luc De Raedt and Angelika Kimmig. Probabilistic (logic) programming concepts. *Machine Learning*, 100(1):5–47, 2015.
- [17] Norbert E. Fuchs, editor. *Logic Programming Synthesis and Transformation, 7th International Workshop, LOPSTR'97, Leuven, Belgium, July 10-12, 1997, Proceedings*, volume 1463 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, 1998.
- [18] Michael R. Genesereth. Knowledge Interchange Format, draft proposed American National Standard (dpANS). Technical Report NCITS.T2/98-004, Stanford University, 1998. Available from <http://logic.stanford.edu/kif/dpans.html>.
- [19] Matthew L. Ginsberg. The MVL theorem proving system. *SIGART Bull.*, 2(3):57–60, 1991.
- [20] Makoto Hamana. Term rewriting with sequences. In *Proceedings of the First International Theorema Workshop*, number 97-20 in RISC Technical Report series, Hagenberg, Austria, 1997.
- [21] Pat J. Hayes and Christopher Menzel. Semantics of Knowledge Interchange Format. <http://reliant.teknowledge.com/IJCAI01/HayesMenzel-SKIF-IJCAI2001.pdf>, 2001.
- [22] Pat J. Hayes and Christopher Menzel. Simple Common Logic. In *W3C Workshop on Rule Languages for Interoperability*. W3C, 2005.
- [23] Ian Horrocks and Andrei Voronkov. Reasoning support for expressive ontology languages using a theorem prover. In Jürgen Dix and Stephen J. Hegner, editors, *Foundations of Information and Knowledge Systems, 4th International Symposium, FolKS 2006, Budapest, Hungary, February 14-17, 2006, Proceedings*, volume 3861 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 201–218. Springer, 2006.
- [24] Florent Jacquemard and Michaël Rusinowitch. Closure of hedge-automata languages by hedge rewriting. In Andrei Voronkov, editor, *RTA*, volume 5117 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 157–171. Springer, 2008.
- [25] Kristian Kersting and Luc De Raedt. Bayesian logic programming: theory and tool. In L. Getoor and B. Taskar, editors, *Introduction to Statistical Relational Learning*, chapter 10. MIT press, 2007.

- [26] Temur Kutsia. Equational prover of THEOREMA. In Robert Nieuwenhuis, editor, *Rewriting Techniques and Applications, 14th International Conference, RTA 2003, Valencia, Spain, June 9-11, 2003, Proceedings*, volume 2706 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 367–379. Springer, 2003.
- [27] Temur Kutsia and Bruno Buchberger. Predicate logic with sequence variables and sequence function symbols. In *International Conference on Mathematical Knowledge Management*, pages 205–219. Springer, 2004.
- [28] Temur Kutsia and Mircea Marin. Can context sequence matching be used for querying XML? In Laurent Vigneron, editor, *Proceedings of the 19th International Workshop on Unification UNIF'05*, pages 77–92, Nara, Japan, 22 April 2005.
- [29] Temur Kutsia and Mircea Marin. Solving, reasoning, and programming in common logic. In *2012 14th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing*, pages 119–126. IEEE, 2012.
- [30] Thomas Lukasiewicz and Umberto Straccia. Managing uncertainty and vagueness in description logics for the semantic web. *Journal of Web Semantics*, 6(4):291–308, 2008.
- [31] Mircea Marin and Temur Kutsia. On the implementation of a rule-based programming system and some of its applications. In Boris Konev and Renate Schmidt, editors, *Proceedings of the 4th International Workshop on the Implementation of Logics*, pages 55–69, Almaty, Kazakhstan, 2003.
- [32] Mircea Marin and Temur Kutsia. Foundations of the rule-based system ρ Log. *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 16(1-2):151–168, 2006.
- [33] Mircea Marin and Dorin Tepeneu. Programming with sequence variables: The Sequentica package. In Peter Mitic, Philip Ramsden, and Janet Carne, editors, *Challenging the Boundaries of Symbolic Computation. Proceedings of 5th International Mathematica Symposium*, pages 17–24, London, 2003. Imperial College Press.
- [34] Christopher Menzel. Knowledge representation, the World Wide Web, and the evolution of logic. *Synthese*, 182(2):269–295, 2011.
- [35] Zoran Ognjanović et al. *Probabilistic Extensions of Various Logical Systems*. Springer, 2020.
- [36] Zoran Ognjanović, Miodrag Rašković, and Zoran Marković. *Probability logics: probability-based formalization of uncertain reasoning*. Springer, 2016.
- [37] Lawrence C. Paulson. Isabelle: The next 700 theorem provers. In *Logic and Computer Science*, pages 361–386. Academic Press, 1990.
- [38] David Poole. Abducing through negation as failure: Stable models within the independent choice logic. *The Journal of Logic Programming*, 44(1-3):5–35, 2000.
- [39] Achim Rettinger, Uta Lösch, Volker Tresp, Claudia d’Amato, and Nicola Fanizzi. Mining the semantic web. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 24(3):613–662, 2012.

- [40] Julian Richardson and Norbert E. Fuchs. Development of correct transformation schemata for Prolog programs. In Fuchs [17], pages 263–281.
- [41] Matthew Richardson and Pedro Domingos. Markov logic networks. *Machine learning*, 62(1-2):107–136, 2006.
- [42] Taisuke Sato and Yoshitaka Kameya. Parameter learning of logic programs for symbolic-statistical modeling. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 15:391–454, 2001.
- [43] Manfred Widera and Christoph Beierle. A term rewriting scheme for function symbols with variable arity. Technical Report 280, Praktische Informatik VIII, FernUniversität Hagen, Germany, 2001.
- [44] Stephen Wolfram. *The Mathematica Book*. Wolfram Media, 5th edition, 2003.