

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო
უნივერსიტეტის
ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის
სემინარის მე-40 საერთაშორისო გაფართოებული სხდომები



თეზისების კრებული

2026 წლის 22-24 აპრილი
თბილისი

საორგანიზაციო კომიტეტი

ჯაიანი გიორგი (თავმჯდომარე)
ავაზაშვილი ნიკოლოზი (თავმჯდომარის
მოადგილე)
ჩინჩალაძე ნატალია (თავმჯდომარის მოადგილე)
ჯანგველაძე თემური (თავმჯდომარის მოადგილე)
გულუა ბაკური (სწავლული მდივანი, საკონტაქ-
ტო პირი, email: bak.gulua@gmail.com)
რუხაია მიხეილი (სწავლული მდივანი, საკონ-
ტაქტო პირი, email: mrukhaia@yahoo.com)
გვარამაძე მანანა (ტექნიკური მდივანი)
თევდორაძე მანანა (ტექნიკური მდივანი)
შარიქაძე მერი (ტექნიკური მდივანი)
ამაღლობელი მიხეილი
აპლაკოვი ალექსანდრე
ახალაია გიორგი
ბაასი მათიას (ავსტრია)
ბაბილუა პეტრე
ბაკურაძე მალხაზი
გიორგაძე გრიგორი
გოგინავა უშანგი
გოგოლაძე ლერი

დავითაშვილი თეიმურაზი
დანელია ანა
დუნდუა ბესიკი
ვაშაყმაძე თამაზი
ვეფხვაძე თეიმურაზი
თადუმაძე თამაზი
კილურაძე ზურაბი
ნადარაია ელიზბარი
ნატროშვილი დავითი
ომანაძე როლანდი
პაპუკაშვილი არჩილი
როგავა ჯემალი
ფურთუხია ომარი
ყიფიანი არჩილი
შავაძე თეა
შავგულიძე ქეთევანი
ხარაზიშვილი ალექსანდრე
ხარიბეგაშვილი სერგო
ხიმშიაშვილი გიორგი

თანაორგანიზატორები:

თბილისის საერთაშორისო ცენტრი მათემატიკასა და ინფორმატიკაში
თსუ მათემატიკის დეპარტამენტი

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ილია
ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სემინარის მე-40
გაფართოებული სხდომების თეზისების კრებული დაყოფილია 10 თავად,
სექციების მიხედვით.

თეზისების შინაარსზე პასუხისმგებელია შესაბამისი სექციის ხელმძღვანელობა,
ავტორთა წილ.

პლენალური მოხსენებების აბსტრაქტი

ანდრო ბიწაძის ცხოვრება და სამეცნიერო მოღვაწეობა

გიორგი ჯაიანი

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი & ზუსტ და
საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
Email: george.jaiani@gmail.com

მოხსენება ეძღვნება ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის
ინსტიტუტის მეორე დირექტორის (ინსტიტუტის დამაარსებლისა და პირველი
დირექტორის ილია ვეკუას შემდეგ) ცხოვრებას და მოღვაწეობას.

ნახევრად მარკოვის პროცესები და მათი გამოყენება რიგების და საიმედოობის ამოცანებში. ახალი ამოხსნები

რევაზ კაკუბავა

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
Emails.: r.kakubava@gtu.ge, r.kakubava@gmail.com

ტრადიციულად, რთული სისტემების სასიცოცხლო ციკლის სხვადასხვა
ეტაპზე მართვის გადაწყვეტილებები მიიღება კლასიკური რიგების თეორიის (QT)
და საიმედოობის მათემატიკური თეორიის (MTR) მეთოდების გამოყენებით [1-2],
[5].

QT-სა და MTR-ში, მარკოვის და ნახევრად მარკოვის პროცესები (SMP)
ისტორიულად პრიორიტეტული იყო ყველა სხვა პროცესთან შედარებით, მათი
პრაქტიკული გამოყენებადობის გამო. ამავდროულად, SM მოდელები რეალური
სისტემების გაცილებით ადეკვატურ აღწერას გვთავაზობენ. სწორედ ამიტომ, SM
მოდელები QT-სა და MTR-ის ძირითად ნაწილს შეადგენს. მეორეს მხრივ, SM
მოდელების როგორც აგება, ასევე კვლევა მნიშვნელოვნად უფრო რთულია, ვიდრე
მარკოვის მოდელების. განსაკუთრებით რთულია SM მოდელების გარდამავალი
კვლევა.

ბოლო ათწლეულებში QT-სა და MTR-ის განვითარების პროცესში, კლასიკურ
თეორიასა და გამოყენებას შორის გარკვეული ხარვეზი გაჩნდა. ჩვენი მიზანია ამ
ხარვეზის შევსება ჩვენი მოდელებისა და მეთოდების რეალურ პრობლემებზე
დაფუძნებით.

ამ მიზნით ჩვენ შევიმუშავეთ სრულიად ახალი, მარტივი და ძალიან
ეფექტიანი, ნაწილობრივ ალბათური მეთოდი ნახევრად მარკოვის მოდელების
შესასწავლად [3-4], [6-8]. ეს მეთოდი წარმოადგენს დამატებითი ცვლადების
მეთოდის (SVT) განსაკუთრებულ ნაირსახეობას - მოდიფიცირებულ SVT-ს,

რომელიც არ საჭიროებს კერძოწარმოებულიან დიფერენციალურ განტოლებების გამოყენებას (კოლმოგოროვის განტოლებები).

მთლიანობაში ეს არის სერიოზული წვლილი SMP-ის შესწავლაში და მნიშვნელოვნად აძლიერებს მის გამოყენებადობას პრაქტიკაში. ამავედროულად, ის იძლევა ზოგად ფორმას კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების ზოგიერთი საინტერესო კლასისა და მათი სასრული და უსასრულო სისტემების ამონახსნებისთვის, მიუხედავად იმისა, თუ სად წარმოიშვნენ ისინი. ეს ჩვენი მიდგომის კიდევ ერთი საინტერესო ასპექტია.

ლიტერატურა

1. Barlow, R.E., Proschan, F. Mathematical Theory of Reliability. SIAM, (1996).
2. Limnios, N., Oprisan, G. Semi-Markov Processes and Reliability. Birkhauser, Boston (2001).
3. Kakubava, R.V., Sztrik, J., Svanidze, N.A, Probabilistic analysis of a redundant repairable system with two service operations. *J. Math Sci.*, **237**, 8 (2019), 782-788.
4. Kakubava R. (2020/2021) An alternative transient solution for semi-Markov queuing systems. *Georgian Math.J.* 28(1) (print); <https://doi.org/10.1515/gmj-2020-2050>, March 19, 2020 (web)
5. Ward Whitt, A broad view of queueing theory through one issue, *Queueing Syst.* 89 (2018).
6. Kakubava, R., Khurodze, R. Alternative transient solutions for semi-Markov redundant systems in Reliability Engineering. *Stochastic Modeling and Statistical Methods, Advances and Applications*, (2025), 63-81.
7. Khurodze, R., Kakubava, R., Kublasvili, M., Saghinadze, T. Alternative Transient and Steady State Analysis of some Gaver's Parallel Systems. *International Journal in Mathematical, Engineering and Management Sciences*, **10**, 1 (2025), 207-217.
8. Khurodze, R., Kakubava, R., Svanidze, N., Saghinadze, T. Alternative Transient Solution for M/G/1/N Systems. *Bulletin of the Georgian National Academy of Science*, **18**, 1 (2024), 31-36.

მათემატიკის საფუძვლებისა და მათემატიკური ლოგიკის სექცია

ხელმძღვანელები – როლანდ ომანაძე, ალექსანდრე ხარაზიშვილი

თანახელმძღვანელი – არჩილ ყიფიანი

რამდენიმე შენიშვნა მაზურკევიჩის ტიპის სიმრავლეებისა და ბრტყელი ალგებრული წირების თანაკვეთების შესახებ

ლიკა ბერაია¹, თენგიზ ტეტუნაშვილი^{1,2}

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის

ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

Emails : Likaberaia444@gmail.com, tengiztetunashvili@gmail.com, t.tetunashvili@gtu.ge

ცნობილია, რომ ნებისმიერი ნატურალური $n \geq 2$ რიცხვისათვის არსებობს ევკლიდური სიბრტყის ისეთი ქვესიმრავლე, რომელიც ამ სიბრტყეში მდებარე ყოველ წრფესთან თანაკვეთება ზუსტად n წერტილში. ყოველ ასეთ სიმრავლეს ეწოდება მაზურკევიჩის n -ტიპის სიმრავლე ამ სიბრტყეში მდებარე ყველა წრფის ოჯახის მიმართ (იხ. [1], [2]); შემოკლებით – მაზურკევიჩის n -ტიპის სიმრავლე წრფეების მიმართ.

აგრეთვე ცნობილია, რომ ნებისმიერი ნატურალური $k \geq 3$ რიცხვისათვის არსებობს ევკლიდური სიბრტყის ისეთი ქვესიმრავლე, რომელიც ამ სიბრტყეში მდებარე ყოველ არაგადაგვარებულ წრეწირთან თანაკვეთება ზუსტად k წერტილში. ყოველ ასეთ სიმრავლეს ეწოდება მაზურკევიჩის k -ტიპის სიმრავლე ამ სიბრტყეში მდებარე ყველა წრეწირის ოჯახის მიმართ (იხ. [3], [4]); შემოკლებით – მაზურკევიჩის k -ტიპის სიმრავლე წრეწირების მიმართ.

წარმოდგენილ მოხსენებაში ნაჩვენებია, რომ:

1. ნებისმიერი ნატურალური $n \geq 2$ რიცხვისთვის და ყოველი ისეთი ბრტყელი, ნამდვილ რიცხვთა ველზე დაუყვანადი მეორე ან უფრო მაღალი რიგის ალგებრული L წირისათვის არსებობს ისეთი მაზურკევიჩის n -ტიპის სიმრავლე წრფეების მიმართ, რომ მისი თანაკვეთა L წირის ყოველ არაგადაგვარებულ მარტივ რკალთან არის კონტინუუმის სიმძლავრის მქონე სიმრავლე და, ამასთანავე, ეს თანაკვეთა აკმაყოფილებს გარკვეულ დამატებით პირობებს წრფივი ლებეგის ზომისა და ბერის კატეგორიის თვალსაზრისით.
2. ნებისმიერი ნატურალური $k \geq 3$ რიცხვისათვის და ყოველი ისეთი ბრტყელი, ნამდვილ რიცხვთა ველზე დაუყვანადი მესამე ან უფრო მაღალი რიგის ალგებრული C წირისათვის არსებობს ისეთი მაზურკევიჩის k -ტიპის სიმრავლე წრეწირების მიმართ, რომ მისი თანაკვეთა C წირის ყოველ არაგადაგვარებულ მარტივ რკალთან არის კონტინუუმის სიმძლავრის მქონე სიმრავლე და, ამასთანავე, ეს თანაკვეთა აკმაყოფილებს გარკვეულ

დამატებით პირობებს წრფივი ლებეგის ზომისა და ბერის კატეგორიის თვალსაზრისით.

ლიტერატურა

1. Mazurkiewicz, S. Sur un ensemble plan qui a avec chaque droite deux et seulement deux points communs. C. R. Varsovie, 7 (1914), 382–384.
2. Sierpinski, W. *Cardinal and Ordinal Numbers*, Polskie Wydawnictwo Naukowe, Warsaw, 1958.
3. Beraia, L., Tetunashvili, T. Some properties of Mazurkiewicz type sets. Transactions of Razmadze Mathematical Institute, 177, 3 (2023), 491–493.
4. Kharazishvili, A., Tetunashvili, T. On some coverings of the Euclidian plane with 2. pairwise congruent circles. Amer. Math. Monthly, 117, 5 (2010), 414–423.

სერპინსკი-ზიგმუნდის ფუნქციების ზოგიერთი თვისების შესახებ

მარიამ ბერიაშვილი¹, მარიკა ხაჩიძე²

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

²საქართველოს ეროვნული უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

Emails: Mariam_beriashvili@yahoo.com, m.khachidze1@seu.edu.ge

1923 წელს გამოქვეყნებულ ნაშრომში „*Sur une fonction qui est discontinue sur tout ensemble de puissance du continu*“ (1923), ვ. სერპინსკიმ და ა. ზიგმუნდმა ააგეს სერპინსკი-ზიგმუნდის ფუნქცია, ისეთი რომ:

➤ $f: R \rightarrow R$ ფუნქციის შეზღუდვა R -ის ყოველი კონტინუუმის სიმძლავრის მქონე Y ქვესიმრავლისათვის არ არის უწყვეტი Y -ზე.

ეს კლასიკური შედეგი მოტივირებული იყო ბლუმბერგის თეორემით, რომლის თანახმადაც, ნებისმიერი ნამდვილმნიშვნელობიანი ფუნქციისათვის არსებობს ყველგან მკვრივი ქვესიმრავლე, რომელზეც შეზღუდვა უწყვეტია.

სერპინსკი-ზიგმუნდის (SZ) ფუნქციების კვლევა აერთიანებს ნამდვილ ანალიზს, წერტილოვან სიმრავლეთა ტოპოლოგიასა და სიმრავლეთა თეორიულ პრინციპებს.

კერძოდ, მარტინის აქსიომის (MA) დაშვებით, შესაძლებელია დამტკიცდეს, რომ არსებობს ინიექციური ადიტიური SZ ფუნქცია, რომელიც ერთდროულად წარმოადგენს კომის ფუნქციონალური განტოლების ამონახსნს და არის აბსოლუტურად არაზომადი.

მოცემულ მოხსენებაში განვიხილავთ ამ ფუნქციების თვისებებს სპეციალური წერტილოვანი სიმრავლეების კონტექსტში. კერძოდ, მაზურკევიჩის სიმრავლეებისა (რომლებიც შეიძლება შეიცავდეს SZ ფუნქციის გრაფიკს) და განზოგადებული ლუზინის სიმრავლეების თვალსაზრისით.

მადლობა. ნაშრომი შესრულებულია შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის (SRNSFG) მხარდაჭერით [გრანტი FR-25-19092, კომორის ტიპის ეპისტემიკური MV-ალგებრები კონსტანტებით].

სამკუთხა-წახნაგებიანი პოლიედრების კომბინატორული თვისების შესახებ

შალვა ბერიაშვილი
ილიას სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
Email : shalva.beriasvili@iliauni.edu.ge

მოცემული მოხსენებაში ეხება სამკუთხა წახნაგების მქონე პოლიედრების კომბინატორულ თვისებებს. პოლიედრები, რომელთა ყველა წახნაგი სამკუთხედიან, მნიშვნელოვან როლს ასრულებენ როგორც გეომეტრიაში, ასევე კომბინატორიკაში. მათი სტრუქტურის შესწავლა საშუალებას გვაძლევს დავადგინოთ კავშირი წვეროების, წიბოების და წახნაგების რაოდენობებს შორის.

კვლევის ერთ-ერთი ძირითადი ინსტრუმენტია ეილერის ფორმულა, რომლის მიხედვითაც ამ სიდიდეებს შორის არსებობს უნივერსალური დამოკიდებულება. სამკუთხა პოლიედრების შემთხვევაში დამატებითი შეზღუდვა ისაა, რომ თითოეული წახნაგი შედგება სამი წიბოსგან, რაც იძლევა კომბინატორული თანადრობების გამარტივებას.

მოხსენებაში განხილულია რეგულარული და არარეგულარული პოლიედრები, ასევე მათი გეომეტრიული წარმოდგენები. განსაკუთრებული ყურადღება ეთმობა წვეროების ხარისხების განაწილებასა და სიმეტრიებს. მიღებული შედეგები მნიშვნელოვან როლს თამაშობს გეომეტრიული მოდელირების, ტოპოლოგიისა და გრაფთა თეორიის განვითარებაში.

ფუნქციების გრაფების იზომორფულობის მდგრადობა კომპოზიციისა და არითმეტიკული ოპერაციების მიმართ

მარიამ გობრონიძე¹, არჩილ კიფიანი²

¹ბიზნესის და ტექნოლოგიების უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

თბილისი, საქართველო

Emails : mariami.gobronidze030@ens.tsu.edu.ge, archil.kipiani@tsu.ge

ნაშრომი ეძღვნება მონო-უნარული ალგებრების შესაბამისი ორიენტირებული გრაფების ზოგიერთი თვისების შესწავლას. (A, f) მონო-უნარული ალგებრის გრაფის ბმულობის კომპონენტთა ტიპების საფუძველზე, დადგენილია (A, f^m) , $(m \in \mathbb{N})$ მონო-უნარული ალგებრის გრაფის ბმულობის კომპონენტთა ტიპები იმ

შემთხვევაში, როცა f ბიექციაა, და გამოკვლეულია ამ ალგებრების ბმულობის კომპონენტებს შორის არსებული ურთიერთკავშირები. ასევე, განიხილება ზოგიერთი არაბიექციური მონო-უნარული ალგებრისათვის ანალოგიური ამოცანები. ნაჩვენებია, რომ ზოგად შემთხვევაში არც კომპოზიცია და არც არითმეტიკული ოპერაციები მონო-უნარული ალგებრების იზომორფულობას არ ინარჩუნებს.

არააჩქარებადი სიმრავლეების Q_1 -ხარისხების შესახებ

ირაკლი ჩიტაია, როლანდ ომანაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი
თბილისი, საქართველო

Emails: Irakli.chitaia@tsu.ge, roland.omanadze@tsu.ge

ტენენბაუმმა (იხ. [1, გვ. 159]) ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეებზე განსაზღვრა Q -დაყვანადობის ცნება შემდეგნაირად: A სიმრავლე Q –დაყვანადია B სიმრავლეზე (სიმბოლურად: $A \leq_Q B$), თუ არსებობს ისეთი რეკურსიული ფუნქცია f , რომ ყოველი x –სთვის (სადაც ω აღნიშნავს ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეს),

$$x \in A \Leftrightarrow W_{f(x)} \subseteq B.$$

ამ შემთხვევაში ვიტყვით, რომ $A \leq_Q B$ f ფუნქციით. თუ $A \leq_Q B$ ისეთი f ფუნქციით, რომ ყოველი x, y – სთვის,

$$x \neq y \Rightarrow W_{f(x)} \cap W_{f(y)} = \emptyset,$$

მაშინ ვიტყვით, რომ A არის Q_1 -დაყვანადი B – ზე და ვწერთ $A \leq_{Q_1} B$.

ვთქვათ, $\{j_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ არის ყველა ერთადგილიან ნაწილობრივად რეკურსიულ ფუნქციათა რაიმე ეფექტური მიმდევრობა და ვთქვათ, $\{F_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ არის ნაწილობრივ ფუნქციათა ისეთი მიმდევრობა, რომელიც აკმაყოფილებს ზღამის [1] შემდეგ აქსიომებს:

(1) ფუნქცია $j_i(x)$ განსაზღვრულია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა განსაზღვრულია ფუნქცია $F_i(x)$.

(2) ფუნქცია

$$M(i, n, m) = \begin{cases} 1, & \text{თუ } F_i(n) = m, \\ 0, & \text{წინააღმდეგ შემთხვევაში,} \end{cases}$$

არის რეკურსიული.

რეკურსიულად გადათვლადი სიმრავლე A არის აჩქარებადი, თუ ყოველი i -სთვის, სადაც $W_i = A$ და ყოველი რეკურსიული ფუნქციისთვის h , არსებობს ისეთი j , რომ $W_j = A$ და

$$(\exists^{\infty} x)(F_j(x) > h(x, \Phi_j(x))),$$

წინააღმდეგ შემთხვევაში A არის არააჩქარებადი.

გამოყენებული ცნებები და აღნიშვნები სტანდარტულია და შეიძლება მოიძებნოს [2] და [3]–ში. ამ მოხსენებაში ჩვენ წარმოვადგენთ შემდეგ შედეგს:

თეორემა. ვთქვათ A, B არიან ისეთი არარეკურსიული რეკურსიულად გადათვლადი არააჩქარებადი სიმრავლეები, რომ B არაა მარტივი სიმრავლე, $A <_{Q_1} B$ და $A \approx B \leq_{Q_1} B$, მაშინ არსებობს ისეთი უსასრულოდ ბევრი წყვილწყვილად Q_1 -არასადარი არააჩქარებადი სიმრავლე $\{C_i\}_{i \in \omega}$ რომ ყოველი $i \in \omega$ -სთვის,

$$A <_{Q_1} C_i <_{Q_1} B.$$

მადლობა. როლანდ ომანადის კვლევა განხორციელდა შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით [FR-25-19092. კომორის ტიპის ეპისტემიკური MV-ალგებრები კონსტანტებით].

ლიტერატურა

1. Blum, M. and Marques, I. On complexity properties of recursively enumerable sets. *J. Symb. Log.*, **38**, 4, (1973), 579-593.
2. Rogers, H. *Theory of Recursive Functions and Effective Computability*. MIT Press, Cambridge, MA, USA (1987).
3. Soare, R. *Recursively Enumerable Sets and Degrees*. Springer-Verlag, Berlin (1987).

გამოყენებითი ლოგიკისა და პროგრამირების სექცია

ემდგნება ხიმურ რუხაიას დაბადებიდან 80 წლისთავს

ხელმძღვანელი – მატეას ბაასი (ავსტრია)

თანახელმძღვანელები – ბესიკ დუნდუა, მიხეილ რუხაია

ლოგიკური პროგრამირების ჩარჩო მსგავსების მიმართებებით განსაზღვრული მაღალი რიგის თარგების უნიფიკაციით

ბესიკ დუნდუა¹, თემურ კუცია²

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის საქართველოს სახელმწიფო ენების
კულტურული დაცვისა და ტექნოლოგიური განვითარების სამეცნიერო-კვლევითი
ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

²სიმბოლური გამოთვლების კვლევითი ინსტიტუტი, ლინცის იოჰანეს კეპლერის
უნივერსიტეტი, ლინცი, ავსტრია

Emails: bdundua@gmail.com, tkutsia@risc.jku.at

ჩვენ განვიხილავთ ლოგიკური პროგრამირების ჩარჩოს რომელიც აერთიანებს მაღალი რიგის თარგების უნიფიკაციას მსგავსების მიმართებებით. ამ ჩარჩოს ფარგლებში განისაზღვრება მაღალი რიგის თარგების უნიფიკაციის ალგორითმი მსგავსების მიმართებების გათვალისწინებით და დამტკიცდება მისი გაჩერებადობა, კორექტულობა და სისრულე. გარდა ამისა, როგორც ჩვეულებრივი მაღალი რიგის თარგების უნიფიკაციის შემთხვევაში, მსგავსების მიმართებებით მაღალი რიგის თარგების უნიფიკაციაც უნიტარულია, და როცა ორი ტერმი უნიფიცირებადია, ალგორითმი აგებს ყველაზე ზოგად უნიფიკატორს მიახლოების მაქსიმალურად შესაძლო ხარისხით. აგრეთვე, შესწავლილია მოცემული ლოგიკური პროგრამირების ჩარჩოს ოპერაციული და დეკლარაციული სემანტიკა.

ელექტრომაგნიტური ველის დონეები ავლაზარში (თბილისი) და არამკაფიო ლოგიკის მოდელი რისკების შეფასებისთვის

ლია კურტანიძე

საქართველოს ეროვნული უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

Email: L.kurtanidze@seu.edu.ge

ეს კვლევა წარმოადგენს ელექტრომაგნიტური ველის (EMF) ზემოქმედების საწყის ანალიზს თბილისის ავლაზრის ტერიტორიაზე. კვლევა ეფუძნება მობილური

საბაზო სადგურებიდან, ელექტროგადამცემი ხაზებიდან და Wi-Fi ზონებიდან შეგროვებულ მონაცემებს. მთავარი მიზანია ამ ურბანულ სივრცეში EMF-ის გავრცელების ანალიზი.

შედეგები აჩვენებს, რომ EMF-ის დონეები ყველა ლოკაციაზე ერთნაირი არ არის. უფრო მაღალი დონეები ფიქსირდება მობილური ანტენებისა და მთავარი გზების სიახლოვეს, ხოლო შედარებით დაბალი დონეები — ღია და ნაკლებად დასახლებულ ტერიტორიებზე. კვლევა ასევე გამოკვეთავს მნიშვნელოვან პრობლემებს, როგორიცაა საჯარო მონაცემებზე შეზღუდული წვდომა და უწყვეტი მონიტორინგის ნაკლებობა.

ნაშრომში წარმოდგენილია EMF-ის რისკის შეფასების კონცეპტუალური ლოგიკური მოდელი, რომელიც ეფუძნება არამკაფიო ლოგიკასა და ალბათობის მეთოდებს. მოდელი მოიცავს სხვადასხვა ფაქტორს, როგორიცაა EMF-ის სიძლიერე, წყაროებიდან მანძილი და ზემოქმედების ხანგრძლივობა. აღნიშნული ფაქტორები გამოიყენება EMF-ის დონის კლასიფიკაციისთვის კატეგორიებად: დაბალი, საშუალო, მაღალი და ძალიან მაღალი.

წარმოდგენილია მარტივი მაგალითი, რომელიც აჩვენებს, თუ როგორ შეიძლება არამკაფიო ლოგიკის გამოყენება გაურკვევლობის პირობებში გადაწყვეტილებების მისაღებად. შემოთავაზებული მიდგომა შეიძლება სასარგებლო იყოს გარემოს მონიტორინგისა და ჰკვიანი ქალაქის დაგეგმვისთვის.

მადლობა. ეს პროექტი დაფინანსებულია შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მიერ, პროექტის ფარგლებში YS-25-4322.

ლიტერატურა

1. In Situ Assessment of EMF Exposure Across Urban Districts of Samsun, Türkiye: Caner Ali Aslan, Begum Korunur Engiz, Cetin Kurnaz, Adnan Ahmad Cheema, Teoman Karadag (2026)
2. Deprez, K., Stroobandt, B., Veludo, A.F., Vecsei, Z., Necz, P.P., Politański, P., Verloock, L., Polanska, K., Thuróczy, G., Rössli, M., Plets, D. and Joseph, W. (2025), 5G RF EMF Spectral Exposure Assessment in Four European Countries.
3. A Fuzzy Logic Technique for the Environmental Impact Assessment of Marine Renewable Energy Power Plants Pamela Flores and Edgar Mendoza (2025)

შეზღუდვების ამოხსნის ალგორითმი სიახლოვის მიმართებით კომპუტაციურ თეორიებში

დემეტრე ლაბაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის

ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

Email: demetrelabadze1@gmail.com

განვიხილავთ შეზღუდვების ამოხსნის ალგორითმს კომპუტაციურ თეორიებში, რომელიც სიახლოვის მიმართებით არის გაფართოებული. წარმოდგენილი მეთოდი შესაძლებელს ხდის სიმბოლურ მიახლოებით

შეთანადებას, ანუ ტერმების შედარებას მაშინაც კი, როდესაც ისინი ზუსტად იდენტური არ არიან. დავამტკიცებთ, რომ ეს ალგორითმი ნებისმიერი შეზღუდვისთვის ჩერდება და არის როგორც კორექტული, ისე სრული. ასევე განვიხილავთ მისი გამოყენების შესაძლო სფეროებს.

განკვეთის წესის აღმოფხვრისკენ ალბათურ ურანგო სეკვენციათა კალკულუსში

მიხეილ რუხაია

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის საქართველოს სახელმწიფო ენების
კულტურული დაცვისა და ტექნოლოგიური განვითარების სამეცნიერო-კვლევითი
ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
Email : mrukhaia@logic.at

აქამდე შესწავლილი ყველა ალბათური ლოგიკური ფორმალიზმი ან წინადადებითაა, ან მხოლოდ ინდივიდუალურ ცვლადებს მოიცავს, ანუ ისეთ ცვლადებს, რომელთა ჩანაცვლებაც შესაძლებელია მხოლოდ ერთი თერმით. მეორეს მხრივ, გაჩნდა თეორიები და სისტემები, რომლებიც იყენებენ არა მხოლოდ ინდივიდუალურ ცვლადებს, არამედ მიმდევრობით ცვლადებსაც (ეს ცვლადები შეიძლება შეიცვალოს თერმთა სასრული, შესაძლოა ცარიელი მიმდევრობით). არსებობს მიმდევრობითი ცვლადებით პროგრამირების სისტემები. ალბათ ყველაზე გამორჩეულია Mathematica [4], რომელსაც აქვს მძლავრი წესებზე დაფუძნებული პროგრამირების ენა, რომელიც იყენებს (არსებითად პირველი რიგის, განტოლების) არარანგირებულ შესაბამისობის ალგორითმს მიმდევრობით ცვლადებთან [2]. არარანგირებული თერმი არის პირველი რიგის თერმი, სადაც ერთი და იგივე ფუნქციონალური სიმბოლო შეიძლება სხვადასხვა ადგილას შემოვიდეს არგუმენტების სხვადასხვა რაოდენობით. არარანგირებული ფუნქციონალური სიმბოლოები და მიმდევრობითი ცვლადები ენას დიდ გამომსახველობას სძენს, რაც საშუალებას იძლევა დაწეროს მოკლე, ლაკონური, ადვილად წასაკითხი კოდი.

ჩვენ ერთი ნაბიჯით წინ წავწიეთ ლოგიკური და ალბათური მეთოდების ჰიბრიდიზაცია და ვავითარებთ ალბათურ პირველი რიგის სეკვენციათა კალკულუსს მიმდევრობითი ცვლადებით და არარანგირებული ფუნქციონალური სიმბოლოებით. ასეთ ფორმალიზმში, მიმდევრობითი ცვლადები, რანგირებული წევრები და ალბათური პრიმიტივები ერთად არის ხელმისაწვდომი. ჩვენ [3]-ში მოცემული გენცენის სტილის სისტემა G-ს ვუმატებთ ალბათობებს იმავე გზით, როგორც მარია ბორიჩიჩმა გააკეთა კლასიკური წინადადებათა სეკვენციათა კალკულუსისთვის [1]-ში. ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ ახალი სისტემა ინარჩუნებს ისეთ თვისებებს, როგორიცაა სისწორე და სისრულე.

ჩვენ დაინტერესებულნი ვართ ამ ახალ სეკვენციათა კალკულუსში განკვეთის წესის აღმოფხვრის შესწავლით. ორიგინალურ სისტემას G-ს აქვს აღნიშნული თვისება და

ჩვენი მიმდინარე სამუშაოა იმის დასამტკიცება, რომ ეს თვისება შენარჩუნებულია ახალ სისტემაშიც. ამ მიზნით ჩვენ ვიყენებთ გენცენის ორიგინალურ დამტკიცების პროცედურას და ვამუშავებთ განკვეთის წესის აღმოფხვრის გადაწყვერის წესებს სხვადასხვა შემთხვევებისთვის.

მადლობა. კვლევა შესრულებულია შოთა რუსთაველის სახელობის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით FR-22-4254 პროექტის ფარგლებში.

ლიტერატურა

1. Boričić, M. Sequent calculus for classical logic probabilized. Archive for Mathematical Logic, **58** (2019), 119–136.
2. Buchberger, B. Mathematica as a rewrite language. In Tetsuo Ida, Atsushi Ohori, and Masato Takeichi, editors, Functional and Logic Programming - 2nd Fuji International Workshop, FLOPS 1996, Shonan Village, Japan, June 4-6, 1996. Proceedings, Lecture Notes in Computer Science, pages 1–13. Springer, 1996.
3. Kutsia, T., Buchberger, B. Predicate logic with sequence variables and sequence function symbols. In International Conference on Mathematical Knowledge Management, pages 205–219. Springer, 2004.
4. Wolfram, S. The Mathematica Book. Wolfram Media, 5th edition, 2003.

რეზოლუციის წესი τ – ლოგიკის ფორმულებისათვის

ლალი ტიბუა

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
Email : ltibua@gmail.com

შემუშავებულია კომპიუტერული პროგრამები თეორემების დასაბუთებისა და დამტკიცების ამოცანის ავტომატიზაციისათვის. ამ პროგრამებიდან ბევრი იყენებს დასკვნის წესს, რომელიც ცნობილია როგორც რეზოლუციის წესი.

τ -ლოგიკა აგებულია აღვნიშვნათა თეორიის ძირითადი პრინციპების გათვალისწინებით და საინტერესო იქნებოდა ამ წესის გამოყენება τ -ლოგიკის ფორმულებისათვის.

საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტთან არსებული საქართველოს სახელმწიფო ენების კულტურული დაცვისა და ტექნოლოგიური განვითარების სამეცნიერო-კვლევითი ინსტიტუტი: მიზნები, ამოცანები, მეთოდები

კონსტანტინე ფხაკაძე¹, დავით გეგია¹, ნოდარ ზარიძე¹, ბიძინა ლემონჯავა¹,
შალვა მალიძე¹, დავით კურცხალია¹, ლუკა ფხაკაძე¹, რიტა მარღანია¹,
ალექსანდრე მასხარაშვილი^{1,2}

¹ საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის საქართველოს სახელმწიფო ენების
კულტურული დაცვისა და ტექნოლოგიური განვითარების სამეცნიერო-კვლევითი
ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

² ილინოისის უნივერსიტეტი ურბანა-შემპეინში, ილინოისი, აშშ
Email : gllc.ge@gmail.com

საქართველოს განათლების, მეცნიერებისა და ახალგაზრდობის სამინისტროს დაფინანსებით სტუ-ში 2025 წლის 15 მაისიდან ამოქმედდა „საქართველოს სახელმწიფო ენების კულტურული დაცვისა და ტექნოლოგიური განვითარების სამეცნიერო-კვლევითი ინსტიტუტი“, რითაც 18 წლის შემდეგ საბიუჯეტო საფეხურზე დაბრუნდა საქართველოს სახელმწიფო ენების სრული მათემატიკური შესწავლისა და ტექნოლოგიური უზრუნველყოფის კვლევითი პროცესები.

ინსტიტუტის მიზნებსა და ამოცანებშია ქართული და აფხაზური ენების სრული ტექნოლოგიური მხარდაჭერის გზით ქართული სახელმწიფოს ციფრული სუვერენიტეტის უზრუნველყოფა, ქართულ-აფხაზური ურთიერთობების გაჯანსაღების გზით საქართველოს მშვიდობიანი გაერთიანება და, აგრეთვე, ქართული ენის ლოგიკისა და ლოგიკური გრამატიკის სასაფუძვლო და გაღრმავებული კურსების შემუშავება.

ამასთან, საინსტიტუტო კვლევის მეთოდები ემყარება შალვა ფხაკაძის აღნიშვნათა თეორიას და კ. ფხაკაძის ქართული ენის ლოგიკური გრამატიკისა და ქართული ენის ფორმალურ-ლოგიკური აღწერის უკვე არსებულ შედეგებს.

მადლობა: განათლების, მეცნიერებისა და ახალგაზრდობის სამინისტროს.

ლიტერატურა

1. ფხაკაძე, კ. შ., ჩიქვინიძე, მ. ლ., ჩიჩუა, გ. თ., მალიძე, შ. მ., დემურჩევი, კ. დ., კურცხალია, დ. ე., ოქროშიაშვილი, ნ. ო. *ქართული და აფხაზური ენებით ევროკავშირში ანუ ქართული და აფხაზური ენების სრული ტექნოლოგიური უზრუნველყოფის მიზნები და პრობლემები*. საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის მოამბე, ტ. 14, #3, 2020, 36-42.
2. ფხაკაძე, კ. შ., ჩიქვინიძე, მ. ლ., ჩიჩუა, გ. თ., კურცხალია, დ. ე., ბერიაშვილი, ი. რ., მალიძე, შ. მ. *ქართული ინტელექტუალური ვებ-კორპუსი: მიზნები, მეთოდები, რეკომენდაციები*. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, (2017), 1-321.

3. ფხაკაძე კ. შ., ჩიქვინიძე მ. ლ., ჩიჩუა გ. თ., კურცხალია დ. ე. *მივხედოთ ქართულ ენას*. საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის მაცნე, 1.2016, 149-157.
4. ფხაკაძე კ. შ. *ლინგვისტური მიმართებისა და ლოგიკური ბრუნების საკითხისათვის ქართულში*. ქართული ენა და ლოგიკა, თსუ გმი, (2005), 19-77.
5. ფხაკაძე შ. ს. *აღნიშვნათა თეორიის ზოგიერთი საკითხი*. თსუ გმი, (1977), 1-195.

რეგულალური გამოსახულებების წარმოებული მსგავსების მიმართებით

მარიამ ქათამაშვილი

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას
სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი თბილისი, საქართველო
Email: katamashvili.mariami@gmail.com

მოხსენებაში განხილული იქნება ბროზოზოვსკის წარმოებულის ალგორითმის გაფართოება მსგავსების მიმართ, რაც საშუალებას იძლევა სიმბოლოებს, სიტყვებს, ენებსა და რეგულარულ გამოსახულებებს შორის განისაზღვროს არამკაფიოობა. ჩამოვყალიბებთ არამკაფიო წარმოებულის ცნებას, შევისწავლით მის კორექტულობის თვისებებს და ვაჩვენებთ, რომ მისი გამოყენება შესაძლებელია არამკაფიო ავტომატის ასაგებად.

ნასახელარ ზმნათა მოდელები ქართულში და მათი ინგლისური შესაბამისობები

ნინო ჯავაშვილი¹, ანა ჩუტკერაშვილი^{1,2}

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, ა. ელიაშვილის სახელობის მართვის
სისტემების ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
თბილისი, საქართველო

Email: ninojavashvili@yahoo.com, annachutkerashvili@gmail.com

ლექსიკური სემანტიკა დიალოგურ სისტემას საშუალებას აძლევს გაერკვეს ქართულ ენაში სიტყვის მნიშვნელობებსა და სიტყვებს შორის მიმართებების ნიუანსებში. სისტემაში ინტეგრირებული სიტყვათა ქსელი GeWordNet-ი უზრუნველყოფს “ქართულენოვანი ჭკვიანი დიალოგური სისტემის” გამოყენებას არა მხოლოდ ეფექტური კომუნიკაციისთვის, არამედ სემანტიკური ცოდნის კონტექსტურად შესაბამისი პასუხების გენერაციისთვის; GeWordNet-ი ასევე

უზრუნველყოფს ლექსიკურ-სემანტიკური რესურსის შექმნას ენის გაგების გასაუმჯობესებლად.

GeWordNet-ის სწორი ფუნქციონირებისთვის აუცილებელია ინგლისური ლექსემების შესატყვისების ქართული თარგმანი, რასაც, თავისთავად მივყავართ ორივე ენის სინთეზ-ანალიზის მოდულამდე. აქედან გამომდინარე, აუცილებელი ხდება იმ ნასახელარი ზმნების ზუსტი თარგმანის გენერირება, რომლებიც არაა შესული საბაზო ლექსიკონში.

მოხსენებაში განხილულია ქართული ნასახელარი ზმნების მოდელები და მათთვის შესაბამისი ინგლისური მოდელების ჩამოყალიბების მცდელობა.

მადლობა. ნაშრომი განხორციელდა შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით (გრანტი FR-24-11637).

ალგებრისა, გეომეტრიის და რიცხვთა თეორიის სექცია

ხელმძღვანელები – მიხეილ ამაღლობელი, მალხაზ ბაკურაძე, თეიმურაზ ვეფხვაძე,
გიორგი ხიმშიაშვილი
თანახელმძღვანელი – ქეთევან შავგულიძე

ორ-წარმომქმნელიანი თავისუფალი 2-ნილპოტენტური R -ჯგუფის სტრუქტურა, როცა $R = Q(t)$

მიხეილ ამაღლობელი¹, თენგიზ ბოკელავაძე², ალექსეი მიასნიკოვი³

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
თბილისი, საქართველო

²ა. წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო

³სტივენსის ტექნოლოგიური ინსტიტუტი, აშშ

Emails: mikheil.amaglobeli@tsu.ge, tengiz.bokelavadze@atsu.edu.ge, amiasnikov@gmail.com

ვთქვათ, R ნებისმიერი ასოციაციური რგოლია ერთეულით. ამ რგოლის საშუალებით განვსაზღვრავთ R -ჯგუფთა ახალ კატეგორიას სამი სხვადასხვა გზით. ამისათვის გავამდიდროთ $L_{gr}\{\cdot, {}^{-1}, e\}$ ჯგუფის ენა შემდეგნაირად: $L_{gr}^R = L_{gr} \cup \{f_a(g) \mid a \in R\}$, სადაც $f_a(g)$ უნარული ოპერაციაა $f_a(g) = g^a \quad \forall g \in G$ აღნიშვნის. G სიმრავლეს ვუწოდოთ **ლინდონის ექსპონენციალური R -ჯგუფი** [1], თუ მასზე განსაზღვრულია ოპერაციები $\cdot, {}^{-1}, e, f$ და შესრულებულია აქსიომები:

1) ჯგუფის აქსიომები; 2) $g^{a+b} = g^a g^b$, $g^{ab} = (g^a)^b$, $(h^{-1}gh)^a = h^{-1}g^a h$.

სამწუხაროდ, ლინდონის ექსპონენციალური R -ჯგუფები ყოველთვის არ არის R -მოდულები, რაც აძნელებს ამ ცნების გამოყენებას არათავისუფალი ჯგუფების შემთხვევაში.

ნაშრომში [2] ა. მიასნიკოვმა და ვ. რემესლენიკოვმა შემოიტანეს ახალი M_R (MR -ჯგუფთა) კატეგორია, რომელშიც ლინდონის აქსიომებზე დამატებულია აქსიომათა სერია, სახელდობრ, კვაზიიგივეობის შემდეგი სერია:

$$(MR\text{-აქსიომა}) \quad \forall g, h \in G \quad [g, h] = e \rightarrow (gh)^a = g^a h^a, \quad a \in R, \quad [g, h] = g^{-1}h^{-1}gh.$$

ცხადია, რომ ყველა R -მოდული აკმაყოფილებს MR -აქსიომას. ნილპოტენტური ჯგუფებისთვის და ბინომიალური რგოლებისთვის ფ. ჰოლმა [3]-ში შემოიტანა R -ჯგუფთა კატეგორია, რომელიც განსხვავდება M_R -კატეგორიისგან. ნაშრომში [4] შესწავლილია თავისუფალი 2-წარმომქმნელიანი 2-ნილპოტენტური ექსპონენციალური R -ჯგუფების სტრუქტურა რაციონალურკოეფიციენტებიან პოლინომთა $R = Q[t]$ რგოლზე. მოხსენება ეძღვნება 2-ნილპოტენტურ ექსპონენციალურ R -ჯგუფთა (MR -ჯგუფთა) შესწავლას რაციონალურ წილადთა $R = Q[t]$ ველზე [5]. მიღებული შედეგები იძლევა საშუალებას გამოვიკვლიოთ ძირითადი ალგორითმული პრობლემები მოცემული ჯგუფთა კლასისთვის [6].

ნაშრომი შესრულებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტის (პროექტი # FR-25-71-38) მხარდაჭერით.

ლიტერატურა

1. Lyndon, R. C. *Trans. Amer. Math. Soc.* **96** (1960), 518-533.
2. Myasnikov, G. Remeslennikov, V. N. *Siberian Math. J.* **35** (1994), no. 5, 986-996.
3. Hall, Ph. *Nilpotent Groups*. Canad. Math. Congress., Edmonton, 1957.
4. Amaglobeli, M. G., Remeslennikov, V. N. *Dokl. Math.* **85** (2012), no. 2, 236-239.
5. Amaglobeli, M. G., Myasnikov, A. G. *Algebra & Logic*, 2026 (to appear).
6. Amaglobeli, M. G., Bokelavadze, T., Myasnikov, A. G. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **180** (2026), no. 1, 1-6.

მახასიათებლიანი განზოგადოებული თეტა-ფუნქციები და ათცვლადიანი კვადრატული ფორმის შესაბამისი პარაბოლური ფორმა

თეიმურაზ ვეფხვაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
თბილისი, საქართველო
Email: t-vepkhvadze@hotmail.com

მახასიათებლიანი განზოგადოებული თეტა-ფუნქციების მოდულარული თვისებების გამოყენებით აგებულია ათცვლადიანი კვადრატული ფორმების შესაბამისი პარაბოლური ფორმა. ეს საშუალებას მოგვცემს მივიღოთ ფორმულები დადებითი მთელი რიცხვების ათცვლადიანი კვადრატული ფორმებით წარმოდგენათა რაოდენობისთვის.

მებიუსის ფენომენი სხვადასხვა რადიალური კვეთის მქონე “გმლ” ზედაპირებსა და სხეულებში

ილია თავხელიძე¹, იოჰან ჰილისი², მამანტი როგავა³

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო

²ანტვერპენის უნივერსიტეტი, ბიო-ინჟინერიის სამეცნიერო დეპარტამენტი, ბელგია
³უნივერსიტეტი “გეომედი”, თბილისი, საქართველო

Emails: ilia.tavkhelidze@tsu.ge, johan.gielis@uantwerpen.be, mamantireogava@gmail.com

მოხსენებაში ანალიზურდაა ჩაწერილი მებიუსის ფენომენის მქონე განზოგადებული მებიუს ლისტინგის (“გმლ” – GML_m^n) ზედაპირები და სხეულები – ანუ თითოეული მათგანი, (m, n) პარამეტრების გარკვეული მნიშვნელობებისათვის და დიამეტრული კვეთის გარკვეული ფორმის შემთხვევაში, ან ცალკათა ან

“სრული გაჭრის” შედეგად მეზიუსის ფენომენს ავლენს. განხილულ GML_m^n - ის რადიალური განივი კვეთებს შორის (ბრტყელი და ხაზოვანი ფიგურები) არის ისეთი ობიექტები, როგორიცაა: ეილერის სპირალი - „კლოტოიდა“, ლამეს წირები, “გრანდის ვარდები”, ჰილისის წირები, ეპიციკლოიდები, ჰიპოციკლოიდები და ა.შ. ამ მიზნით, მოხსენებაში განხილულია GML_m^n გეომეტრიული ფიგურების ორი დიდი ჯგუფი (ზედაპირები და სამგანზომილებიანი სხეულები) და ამ ფიგურების “ჭრის” სამი ტიპი, კერძოდ: “ B - ჭრა” – ანუ გაჭრა საბაზისო წირის გასწვრივ, ქორდალური და რადიალური ჭრები.

ლიტერატურა

1. Tavkheldze, I., Gielis, J., Rogava, M. The Main Differences and Similarities between “Chordal” and “Radial” Cuts of Generalized Möbius-Listing Bodies. *Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, REPORTS*, **51** (2025), 45-52.
2. Tavkheldze, I. Geometric figures which appear after SS cutting of the GML bodies in the radial cross section. *Proceedings of the Second International Symposium “Square Bamboos and the Geometree”*, (2023-24), 149-164.
3. Gielis, J., Tavkheldze, I. The general case of cutting of Generalized Möbius-Listing surfaces and bodies. *4-Open*, **3**, 7 (2020) <https://doi.org/10.1051/fopen/2020007>.
4. Krivoshapko, S.N., Ivanov, V.N. Encyclopedia of Analytic Surfaces. 2015.

$T(V)$ მხები ფიბრაციის ტენზორული სტრუქტურების ინტეგრებადობის შესახებ

გოჩა თოდუა

ევროპის უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

Email: todua.gocha@eu.edu.ge

განვიხილოთ მხები ფიბრაცია $T(V)$ ლოკალური კოორდინატებით (x^i, y^i) , სადაც x^i არის V ბაზის კოორდინატები, ხოლო y^i კი - $T_x, z \in T(V)$ შრის კოორდინატები. $T(V)$ ფიბრაციის წერტილების ლოკალური კოორდინატები გარდაიქმნებიან შემდეგნაირად:

$$\bar{x}^i = \bar{x}^i(x^k), \bar{y}^i = x_k^i y^k, \quad i, j, k = \overline{1, n}.$$

დამტკიცებულია შემდეგი თეორემები:

თეორემა 1. თუ $T(V)$ სივრცის V ბაზაზე მოცემულია ორმაგი ტენზორული სტრუქტურები და თითქმის ნამრავლი სტრუქტურები, მაშინ ეს სტრუქტურები ინტეგრირებადია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა წრფივი Γ_k^i ბმულობა გლუვია $R_i^k = 0$ და ξ^p ვექტორული ველი და η_k კოვექტორული ველი არიან კოვარიანტულად მუდმივი.

თეორემა 2. თუ $T(V)$ სივრცეზე მოცემულია ორმაგი ტენზორული სტრუქტურები და თითქმის ნამრავლი სტრუქტურები, მაშინ ეს სტრუქტურები ინტეგრირებადია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა წრფივი Γ_k^i ბმულობა გლუვია

$R_L^K = 0$ და ξ^p ვექტორული ველი და η_k კოვექტორული ველი არიან კოვარიანტულად მუდმივი.

ლიტერატურა

1. Todua, G. On the F structures of the space $T(L(V))$. *Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute*, **175**, 1 (2021), 143-147.

კოში-ბუნიაკოვსკი-შვარცის უტოლობა ფსევდოევკლიდურ სივრცეში

ილია ლომიძე, ნათელა ჩაჩავა

თბილისის თავისუფალი უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

Emails: i.lomidze@freeuni.edu.ge, chachava.natela@yahoo.com

ცნობილია, რომ ნებისმიერი ნამდვილი $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n$ რიცხვები აკმაყოფილებს კოში-ბუნიაკოვსკი-შვარცის უტოლობას

$$\left(\sum_{i=1}^n a_i b_i\right)^2 \leq \left(\sum_{i=1}^n a_i^2\right) \left(\sum_{i=1}^n b_i^2\right), \quad (1)$$

ამასთან, ტოლობა მიიღწევა მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც $a_i = k b_i, \forall k \in \mathbb{R}, i = \overline{1, n}$. (1) უტოლობის ცნობილი გეომეტრიული ინტერპრეტაცია $a_k, b_k, k = \overline{1, n}$, რიცხვებს მიიჩნევს წრფივი ვექტორული ევკლიდური (ნამდვილი) E^n სივრცის a, b ვექტორების დეკარტულ კომპონენტებად, ამასთან, (1) იძლევა საფუძველს განიმარტოს კუთხე $a, b \in E^n$ ვექტორებს შორის:

$$\cos \varphi = \left(\sum_{i=1}^n a_i b_i\right) \left(\sum_{i=1}^n a_i^2\right)^{-1/2} \left(\sum_{i=1}^n b_i^2\right)^{-1/2}. \quad (2)$$

1. ჩვენ შევისწავლეთ (1) უტოლობის ანალოგიური თანაფარდობები $a, b \in P_{1, n-1}^n$ შემთხვევაში, სადაც $P_{1, n-1}^n$ აღნიშნავს ფსევდოევკლიდურ (ნამდვილ) ვექტორულ სივრცეს დეკარტეს მეტრიკით $g_{ij} = g^{ij} = \text{diag}(1, -1, -1, \dots, -1), i, j = \overline{0, n-1}$. კერძოდ, განვიხილეთ მინკოვსკის $P_{1,3}^4$ სივრცე, რომელიც მნიშვნელოვანია ფიზიკური გამოყენებებისთვის. $a, b \in P_{1, n-1}^n (a \neq kb, k \in \mathbb{R})$ ვექტორებისთვის დავამტკიცეთ

თეორემა:

ა) უტოლობა $\langle a | b \rangle^2 > \langle a | a \rangle^2 \langle b | b \rangle^2$ მართებულია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც ვექტორები $a, b (a \neq kb)$ ეკუთვნის ფსევდოევკლიდურ (ნამდვილ) 2-სიბრტყეს $P_{1,1}^2 \subset P_{1, n-1}^n$;

ბ) უტოლობა $\langle a | b \rangle^2 < \langle a | a \rangle^2 \langle b | b \rangle^2$ მართებულია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც ვექტორები $a, b (a \neq kb)$ ეკუთვნის ევკლიდურ (ნამდვილ) 2-სიბრტყეს $P_{0,2}^2 = E^2 \subset P_{1, n-1}^n$;

გ) ტოლობა $\langle a|b \rangle^2 = \langle a|a \rangle^2 \langle b|b \rangle^2$ მართებულია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც ვექტორები a, b ($a \neq kb$) ეკუთვნის გადაგვარებულ (იხ., მაგ., [1]) (ნამდვილ) 2-სიბრტყეს.

აქ და შემდგომ $\langle a|b \rangle$ აღნიშნავს $a, b \in P_{1,n-1}^n$ ვექტორების სკალარულ ნამრავლს

$$\langle a|b \rangle = \sum_{i,j=1}^n g^{ij} a_i b_j = \sum_{j=1}^n a^j b_j = \sum_{i=1}^n a_i b^i, \quad \sum_{i=1}^n g^{ij} a_i = a^j, \quad \sum_{j=1}^n g^{ij} b_j = b^i.$$

2. განვაზოგადეთ ლაგრანჟის იგივეობა $P_{1,n-1}^n$ ფსევდოევკლიდური (ნამდვილი) სივრცის $a, b, c, d \in P_{1,n-1}^n$ ვექტორებითვის (განმეორებული ინდექსებით იგულისხმება აჯამვა):

$$\begin{aligned} \langle (a \wedge b)|(c \wedge d) \rangle &= (2!)^{-1} g^{ij} g^{kl} (a \wedge b)_{ik} (c \wedge d)_{jl} = (2!)^{-1} g^{ij} g^{kl} (a_i b_k - b_i a_k)(c_j d_l - d_j c_l) = \\ &= \langle a|c \rangle \langle b|d \rangle - \langle a|d \rangle \langle b|c \rangle, \\ \langle (a \wedge b)|(a \wedge b) \rangle &= \langle a|a \rangle \langle b|b \rangle - \langle a|b \rangle^2. \end{aligned}$$

3. განვმარტეთ კუთხეები მინკოვსკის $P_{1,3}^4$ სივრცის ვექტორებს შორის.

ლიტერატურა

1. Shafarevich, I. R., Remizov, A. O. *Linear Algebra and Geometry*. Springer 2012, 2012.

განზოგადებული თეტა-მწკრივები ზოგიერთი ექვსცვლადიანი კვადრატული ფორმებისათვის

ქეთევან შავგულიძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის
დეპარტამენტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი,
თბილისი, საქართველო

Email: Ketevan.shavgulidze@tsu.ge

[1, 2, 3]-ში დადგენილია $T(v; Q)$ სივრცეების განზომილების ზედა საზღვრები სამ, ოთხ, ხუთ და r ცვლადიანი გარკვეული კვადრატული ფორმებისთვის. რამდენიმე შემთხვევაში გამოთვლილია განზომილებები დააგებულია ამ სივრცეების ბაზისები.

ამ ნაშრომში განხილულია ექვს ცვლადიანი დადებითად განსაზღვრული დიაგონალური და არადიაგონალური კვადრატული ფორმები, აგებულია სფერული ფუნქციების სივრცეები ამ ფორმების მიმართ და დადგენილია შესაბამისი განზოგადებული თეტა-მწკრივები.

ლიტერატურა

1. Shavgulidze, K. On the dimension of some spaces of generalized theta-series, *Lith. Math. J.*, **53**, 2 (2013), 235-240.
1. Shavgulidze, K. On the dimension of spaces of generalized quaternary theta-series. *Proceedings of I. Vekua Institute of Applied Mathematics*, **59-60** (2009-2010), 60-75.

2. Shavgulidze, K. On the space of generalized theta-series for certain quadratic forms in any number of variables. *Mathematica Slovaca*, **69**, 1 (2019), 87-98.

ნამდვილი ცვლადის ფუნქციათა თეორიის სექცია

ხელმძღვანელები – უშანგი გოგინავა, ლერი გოგოლაძე
თანახელმძღვანელი – ალექსანდრე აპლაკოვი, ანა დანელია

ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივების თანაბარი კრებადობის შესახებ

თეიმურაზ ახოზაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის
დეპარტამენტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი,
თბილისი, საქართველო
Email: teimuraz.akhobadze@tsu.ge

შესწავლილია ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივების კერძო ჯამების აპროკსიმატული თვისებები ფუნქციებისთვის, რომლებიც ეკუთვნის განზოგადებული ვარიაციის $BV(p(n) \uparrow \infty, j)$ ან $BA(p(n) \uparrow \infty, j)$ კლასებს. ძირითადი ამოცანა მდგომარეობს შემდეგში: დადგინდეს, უზრუნველყოფენ თუ არა ეს კლასები თანაბარი კრებადობის უკეთეს რიგს კლასიკური ლებეგის შეფასებასთან შედარებით. შედეგები აჩვენებს, რომ გარკვეულ პირობებში ეს კლასები იძლევა კრებადობის გაუმჯობესებულ რიგებს.

გარდა ამისა, აგებულია ფუნქციები $H^w \cap BA(p(n) \uparrow \infty, j)$ კლასიდან, რომლებიც არ მიეკუთვნება $H^w \cap BV(p(n) \uparrow \infty, j)$ -ში კლასს და რომელთა ფურიეს მწკრივი თანაბრად კრებადია, რაც ხაზს უსვამს $BA(p(n) \uparrow \infty, j)$ კლასის უპირატესობას $H^w \cap BV(p(n) \uparrow \infty, j)$ კლასთან შედარებით.

ლიტერატურა

1. Lebesgue, A. Sur la representation trigonometrique approchee des fontions satisfaisant a une condition de Lipschitz. *Bull. Soc. Math. France*, **38** (1910), 184-210.
2. Kita, H., Yoneda, K. A generalization of bounded variation. *Acta Math. Hungar.* **56** (1990), 229-238.
3. Kita, H. Convergence of Fourier series of a function of generalized Wiener's classes $BV(p(n) \uparrow p)$. *Acta Math. Hungar.*, **57** (1991), 233-243.
4. Goginava, U. On the divergence of trigonometric Fourier series of the classes $H^w \cap BV(p(n) \uparrow \infty)$. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **121** (1999), 63-70.
5. Goginava, U. On the approximation properties of partial sums of trigonometric Fourier series. *East Journal of Approximations*. **8** (2002), 403-420.
6. Akhobadze, T. A generalization of bounded variation. *Acta Math. Hungar.* **97** (2002), 223-256.

შეუღლებული ფუნქციების სიგლუვის მოდულები

ანა დანელია

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ზუსტ და
საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
Email: ana.danelia@tsu.ge

სიგლუვის მოდული მნიშვნელოვან როლს თამაშობს ჰარმონიულ ანალიზში. მოცემული f ფუნქციისთვის იგი ადგენს ამ ფუნქციის სიგლუვის ხასიათს გარკვეული რიგის სხვაობის საშუალებით. შეუღლებული ფუნქციების შემთხვევაში სიგლუვის მოდული ქმნის ბუნებრივ ჩარჩოს იმის შესასწავლად, თუ როგორ ნარჩუნდება, ან იცვლება სიგლუვის თვისებები შეუღლებული ოპერატორის მოქმედებისას. ეს საკითხები მჭიდროდ არის დაკავშირებული ფურიეს მწკრივების კრებადობისა და შეჯამებადობის პრობლემებთან, აგრეთვე შეუღლებული ოპერატორების შემოსაზღვრულობასთან სხვა და სხვა ფუნქციურ სივრცეში.

წარმოდგენილ მოხსენებაში ჩვენ ვიხილავთ C და L სივრცეებში მრავალი ცვლადის შეუღლებული ფუნქციის სხვადასხვა რიგის სიგლუვის მოდულის ყოფაქცევას, თუ თავდაპირველი ფუნქციის ყოფაქცევა ცნობილია. მიღებულია პირდაპირი შეფასებები და შესაბამისი მაგალითებით დადგენილია ამ შეფასებების სიზუსტე.

ლაპლასის მწკრივის შეჯამებადობა ჩეზაროს განზოგადოებული მეთოდით

ანი ელიაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
Email: eliasvillian@gmail.com

ლაპლასის მწკრივის (ϵ, α) მეთოდით შეჯამებადობა შესწავლილი ჰქონდა ჰობსონი (იხ[1]). მან დაამტკიცა $(\epsilon, 1)$ და (ϵ, α) $\frac{1}{2} < \alpha < 1$ მეთოდით შეჯამებადობის საკმარისი პირობები სამგანზომილებიანი სივრცისთვის. შემდგომში ს. თოფურიამ შეისწავლა ნებისმიერ განზომილებიან სივრცეში მოცემული ფურიე-ლაპლასის მწკრივის შეჯამებადობა (ϵ, α) მეთოდით. კერძოდ, მან დაამტკიცა ლებეგის თეორემის ანალოგები, როცა α მეტია კრიტიკულ მაჩვენებელზე. (იხ.[2])

როგორც ცნობილია, კაპლანმა განიხილა რიცხვითი მწკრივების შეჯამებადობის (ϵ, α) მეთოდის გარკვეული განზოგადოება. ე.გ. (ϵ, α_n) მეთოდი, სადაც α_n ნამდვილ რიცხვთა რაიმე მიმდევრობა. ($\alpha_n > -1$). (იხ[3]). ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივებისათვის ჩეზაროს განზოგადოებული მეთოდით შეჯამებადობის საკითხები შესწავლილი აქვთ ბატონებს: შ. ტეტუნაშვილს (იხ.[4]), თ. ახოხაძის (იხ.[5]) და მათ მოსწავლეებს.

ჩვენ შევისწავლეთ ლაპლასის მწკრივის შეჯამებადობა ჩეზაროს განზოგადოებული (C, α_n) მეთოდით, როცა $\frac{1}{2} < \alpha_n < 1$. კერძოდ, ლაპლასის მწკრივების (C, α_n) მეთოდით შეჯამებადობისათვის დავადგინეთ:

1. ჰობსონის თეორემის ანალოგი;
2. ჰობსონის თეორემის გარკვეული განზოგადოება;
3. ლებეგის თეორემის ანალოგი.

ლიტერატურა

1. Hobson E.W. The theory of spherical and ellipsoidal harmonics. *Cambridge*, 1931.
2. Topuria, S. V. Fourier–Laplace Series on the Sphere. *Tbilisi*, 1987.
3. Kaplan, I. Cesaro means of variable order. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mat.*, **18**, 5 (1960), 62–73. [in Russian].
4. Tetunashvili, Sh. On the summability method depending on a parameter. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.*, **150** (2009), 150 – 152.
5. Akhobadze, T. Gognadze, G. On the Summability of Fourier Series by the Generalized Cesàro Method. *Journal of Contemporary Mathematical Analysis (Armenian Academy of Sciences)*, **57** (2022), 67-76.

ბლოკებში ორთონორმირებული სისტემების მიმართ მწკრივების ძლიერი $(C,1)$ მეთოდით თითქმის ყველგან შეჯამებადობის შესახებ

გივი ნადიბაიძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის
დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
Email: givi.nadibaidze@tsu.ge

ქვემოთ განვიხილავთ ბლოკებში ორთონორმირებული სისტემების მიმართ მწკრივების ძლიერი $(C,1)$ მეთოდით თითქმის ყველგან შეჯამებადობის საკითხს.

$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ რიცხვით მწკრივს უწოდებენ ძლიერად $(C,1)$ -შეჯამებადს s რიცხვისკენ, თუ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n (S_k - s)^2 = 0,$$

სადაც S_k არის მოცემული მწკრივის კერძო ჯამთა მიმდევრობა.

ვთქვათ $\{N_k\}$ ნატურალურ რიცხვთა მკაცრად ზრდადი მიმდევრობაა და $\Delta_k = (N_k, N_{k+1}]$, $(k \geq 1)$. ვთქვათ $\{j_n\}$ არის ფუნქციათა სისტემა $L^2(0,1)$ -დან. $\{j_n\}$ სისტემას ეწოდება Δ_k -ორთონორმირებული სისტემა, თუ $\|j_n\|_2 = 1$, $n = 1, 2, \dots$ და $(j_i, j_j) = 0$, როცა $(i, j) \in \Delta_k$, $i \neq j$, $(k \geq 1)$.

ნაშრომში შესწავლილია Δ_k -ორთონორმირებული $\{j_n\}$ სისტემის მიმართ

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n j_n(x) \tag{1}$$

მწკრივის ძლიერი $(C,1)$ მეთოდით თითქმის ყველგან შეჯამებადობის საკითხი. კერძოდ დადგენილია, რომ თუ $\{N_k\}$ ნატურალურ რიცხვთა მკაცრად ზრდადი მიმდევრობაა და $T_i = \min\{\min\{N_q : N_q > T_{i-1}, q \in N\}, \min\{2^k : 2^k > T_{i-1}, k \in N\}\}$, $T_1 = N_1 = 1$, $i \geq 2$, მაშინ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{w(T_n)} < \infty$ და $\log_2^2 k = O(w(T_k))$, $k \rightarrow \infty$ პირობების შესრულების შემთხვევაში $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 w(n) < \infty$ პირობიდან გამომდინარეობს (1) მწკრივის ძლიერი $(C,1)$ მეთოდით თითქმის ყველგან შეჯამებადობა.

Lip α ($0 < \alpha < 1$) კლასის ფუნქციების ფურიეს ზოგადი მწკრივების კრებადობის პრობლემები

გიორგი თუთბერიძე^{1,2}, ვახტანგ ცაგარეიშვილი¹

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
თბილისი, საქართველო

²საქართველოს უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
Emails: giorgi.tutberidze@tsu.ge, cagare@ymail.com

ს. ბანახმა (Banach) აჩვენა, რომ ფუნქციაზე დაწესებული დიფერენცირებადობის პირობები არ უზრუნველყოფს მისი ფურიეს მწკრივების თითქმის ყველგან კრებადობას ნებისმიერი ორთონორმირებული სისტემის მიმართ. მეორე მხრივ, ცნობილია, რომ მენშოვ–რადემახერის თეორემა იძლევა საკმარის პირობებს ორთონორმირებული მწკრივების თითქმის ყველგან კრებადობისთვის.

ნაშრომი ეძღვნება ზოგადი ფურიეს მწკრივების კრებადობის საკითხებს Lip α კლასის ფუნქციებისთვის, სადაც $0 < \alpha < 1$. დადგენილია ორთონორმირებული სისტემის ფუნქციებზე ისეთი პირობები, რომელთა შესრულებისას შესაბამისი ფურიეს მწკრივი კრებადია. ნაჩვენებია, რომ აღნიშნული პირობები გარკვეული აზრით ოპტიმალურია.

ლიტერატურა

1. Alexits, G. *Convergence problems of orthogonal series*, Pergamon, Oxford, 1964.
2. Banach, S. "Sur la divergence des séries orthogonales," *Studia Mathematica*, **9** (1940), 139–155.
3. Persson, L.-E., Tsagareishvili, V., Tutberidze, G. "Properties of sequence of linear functionals on BV with applications," *Nonlinear Studies*, **30**, 4 (2023).
4. Tsagareishvili, V., Tutberidze, G. "Absolute convergence factors of Lipschitz class functions for general Fourier series," *Georgian Math. J.*, **29**, 2 (2021), 309–315.
5. Tsagareishvili, V., Tutberidze, G. "Some problems of convergence of general Fourier series," *J. Contemp. Math. Anal.*, **57**, (2022), 3–13.

უნივერსალური მწკრივების კოეფიციენტების შესახებ

შაქრო ტეტუნაშვილი

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ანდრია რაზმაძის
სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
Emails: s.tetunashvili@gtu.ge; stetun@hotmail.com

მოხსენებაში ნაჩვენებია, რომ, თუ ზომად და თითქმის ყველგან სასრულ ფუნქციათა $\Phi = \{j_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ სისტემის მიმართ არსებობს უნივერსალური მწკრივი, მაშინ რიცხვთა ნებისმიერი $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ მიმდევრობისათვის არსებობს $\{a_n^{(1)}\}_{n=1}^{\infty}$ და $\{a_n^{(2)}\}_{n=1}^{\infty}$ კოეფიციენტების მქონე ორი უნივერსალური მწკრივი Φ სისტემის მიმართ, ისეთები, რომ ყოველი ნატურალური $n \geq 1$ რიცხვისათვის სრულდება ტოლობა

$$c_n = a_n^{(1)} + a_n^{(2)}.$$

ეს რეზულტატი წარმოადგენს მენშოვის თეორემის განზოგადებას, რომლის თანახმადაც ყოველი ტრიგონომეტრიული მწკრივი არის ორი უნივერსალური ტრიგონომეტრიული მწკრივის ჯამი.

ნაჩვენებია აგრეთვე, რომ რიცხვთა ნებისმიერი $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ მიმდევრობისათვის არსებობს $\{b_n^{(1)}\}_{n=1}^{\infty}$ და $\{b_n^{(2)}\}_{n=1}^{\infty}$ კოეფიციენტების მქონე ორი უნივერსალური მწკრივი Φ სისტემის მიმართ, ისეთები, რომ ყოველი ნატურალური $n \geq 1$ რიცხვისათვის სრულდება ტოლობა

$$c_n = b_n^{(1)} \cdot b_n^{(2)}.$$

კომპლექსური ანალიზისა და მისი გამოყენებების სექცია

ხელმძღვანელი – გრიგორი გიორგაძე

თანახელმძღვანელი – გიორგი ახალაია

წრფივი გადაადგილებების ამოცანის რელაქსაციური მრავალწახნაგას სპეციალური არამთელი წვეროები და მათი ფასეტური კვეთები

გიორგი ბოლოთაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ვ. ჭავჭავაძის სახელობის კიბერნეტიკის

ინსტიტუტი, თბილისი საქართველო

Email: bolotashvili@yahoo.com

ნაშრომში განვიხილავთ წრფივი გადაადგილებების ამოცანის რელაქსაციური მრავალწახნაგას იმ არამთელ წვეროებს, რომლებსაც არა აქვთ საკმარისი რაოდენობის მთელი წვეროები ფასეტის განსასაზღვრავად. ასეთი არამთელი წვეროებისთვის ჩვენ მოვძებნით ისეთ არამთელ მეზობელ წვეროებს რომელთა მთელი მეზობელი წვეროები ცალსახად განსაზღვრვენ ფასეტებს. ამ შემთხვევაში არამთელი მეზობელი წვეროებისთვის ამოწერილი ფასეტური კვეთები ასევე წარმოადგენენ სპეციალური არამთელი წვეროების ფასეტურ კვეთებსაც.

ლიტერატურა

1. Bolotashvili G. The Class of Non-Integer Vertices for the Initial Relaxation Polytope of the Linear Ordering Problem. *Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics*, **38** (2024), 15-18.
2. Bolotashvili G. Non-Integer Vertex of the Initial Relaxation Polytope of the Linear Ordering Problem and the Corresponding Cut-off Facets, an Example. *Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics*, **39** (2025), 13-16.

რიმანის სფეროზე ვექტორული ფიბრაციების კომპლექსური სტრუქტურების დეფორმაციის შესახებ

გია გიორგაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას
სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
Email: gia.giorgadze@tsu.ge

მოხსენებაში განვიხილავთ კავშირს ფიქსირებული კერძო ინდექსების მქონე მატრიცული ფუნქციების სივრცის ტოპოლოგიურ სტრუქტურასა და რიმანის სფეროზე ვექტორული ფიბრაციების კომპლექსური სტრუქტურების დეფორმაციათა სივრცეს შორის. ვაჩვენებთ, რომ ორივე სივრცე არის ბმული გლუვი მრავალსახეობა და ვაჩვენებთ, რომ მოცემული კერძო ინდექსების მქონე მატრიცული ფუნქციების ფაქტორიზაციის მიახლოებითი გამოთვლის პროცედურა შეიძლება განხორციელდეს ამ მრავალსახეობის გასწვრივ.

მადლობა. კვლევები ნაწილობრივ მხარდაჭერილია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით FR-25-9781 მატრიცული ფუნქციის ვინარ-ჰილბერტის ფაქტორიზაცია, ანალიზური და ტოპოლოგიური მეთოდები.

მონოდრომიის მატრიცების უნიტარობა და განტოლების პარამეტრები

გეგა გულაღაშვილი

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას
სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
Email: gega.tsu.mathematic@gmail.com

მოხსენებაში განვიხილავთ განტოლებათა სისტემის მონოდრომიის მატრიცების უნიტარობის თვისების დამოკიდებულებას განტოლებათა სისტემის პარამეტრებზე რიმანისა და ლამეს განტოლებების შემთხვევებში (იხ. [1]). ცხადი სახით მოვიყვანთ მათ გამოსათვლელ ფორმულებს და ვაჩვენებთ უნიტარობის პირობის გავლენას მათ შორის არსებულ კავშირზე.

ლიტერატურა:

1. Gulagashvili G. On the Decomposition of the Rational Matrix Function. *Proceedings of I. Vekua Institute of Applied Mathematics*, 75 (2025), 89-95.

მატრიცული ფუნქციის კერძო ინდექსების კომბინატორული თვისებები

გიორგი კაკულაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ვ. ჭავჭავაძის სახელობის კიბერნეტიკის
ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
Email: giorgi.kakulashvili@ens.tsu.edu.ge

მოხსენებაში განხილული იქნება მოცემული კერძო ინდექსების მქონე მატრიცული ფუნქციის დეფორმაციის სივრცის თვისებები, დეფორმაციის აღნიშნული სივრცე შედგება იმ მატრიცული ფუნქციებისაგან, რომელთა კერძო ინდექსები მიიღებიან მოცემული მატრიცის კერძო ინდექსებზე ელემენტარული ოპერაციებით. ეს სივრცე საინტერესოა მატრიცული ფუნქციის მიახლოებითი ფაქტორიზაციით. კერძო ინდექსებზე ელემენტარულ ოპერაციების შედეგად მიღებულ მულტიინდექსებს ჩვენ აღვწერთ კომბინატორულად.

მადლობა. კვლევები შესრულებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტის N FR-25-9781 მხარდაჭერით.

ლიტერატურა

1. Giorgadze, G., Gulagashvili, G., Kakulashvili, G. Deformation of complex structures of vector bundles and of partial indices of matrix functions. *Proceedings of I. Vekua Institute of Applied Mathematics*, 74 (2024), 15-25.

მესამე გვარის ორგანზომილებიანი ინტეგრალური განტოლებები

გიორგი მაქაცარია¹, ნინო მანჯავიძე²

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ვ. ჭავჭავაძის სახელობის კიბერნეტიკის
ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

²ილიას სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
Emails: giorgi.makatsaria@gmail.com, nino.manjavidze@iliauni.edu.ge

კომპლექსურ სიბრტყეზე განიხილება მესამე გვარის ინტეგრალურ განტოლებათა საკმარისად ფართო კლასები, რომლებშიც მონაწილეობს ი.ვეკუას ინტეგრალური ოპერატორი. მიღებულია ერთგვაროვანი განტოლების გარკვეული აზრით, სრული ანალიზი. მიღებულია არაერთგვაროვანი განტოლების ამოხსნადობის კრიტერიუმები.

ურთიერთქმედებადი სპინიანი ნაწილაკების ამოხსნადი მოდელები და ფუნდამენტალური კონსტანტები

ნუგზარ მახალდიანი
ბირთვული კვლევის გაერთიანებული ინსტიტუტი, დუბნა, რუსეთის ფედერაცია
Email : mnv@jinr.ru

აგებულია ურთიერთქმედებადი სპინიანი ნაწილაკების ამოხსნადი მოდელები. უნრუჰის ეფექტთან დაკავშირებით, განხილულია, ფიზიკის ფუნდამენტურ მუდმივებზე დაფუძნებული, ერთეულების სისტემები.

კომპლექსური სივრცეების შესახებ

ირაკლი სიხარულიძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
თბილისი, საქართველო
Email: irakli.sikharulidze407@ens.tsu.edu.ge

განიხილება მრავალი კომპლექსური ცვლადის ფუნქციითა თეორიისა და კომპლექსურ-ანალიზური გეომეტრიის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი კვლევის ობიექტი, კომპლექსური სივრცე, რომელიც წარმოადგენს ლოკალურად რეოლოვან სივრცეს, რომელიც ლოკალურად იზომორფულია სტრუქტურული კონით აღჭურვილი კომპლექსურ-ანალიზური მრავალწარმოებისა. მოიყვანება მასთან ასოცირებული ზოგიერთი კონსტრუქცია.

მადლობა. კვლევები შესრულებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტის N FR 22-354 მხარდაჭერით.

შრიოდინგერის განტოლების კვანტური სიმულაცია

გოგა სუქნიძე¹, კირა ჩაიკა²
¹ბრიტანულ-ქართული აკადემია, თბილისი, საქართველო
²ქართულ-ამერიკული სკოლა, თბილისი, საქართველო
Emails: goga.suknidze@bga.ge, kira.chaika.9@gmail.com

ამ მოხსენებაში, Qiskit ბიბლიოთეკის გამოყენებით, წარმოგიდგენთ ერთგანზომილებიანი კვანტური ნაწილაკის დროში ევოლუციის სიმულაციას. საწყისი მდგომარეობის ევოლუცია ხდება სხვადასხვა ტიპის პოტენციალში, ხოლო შედეგები შედარებულია იგივე სისტემის კლასიკური რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით მიღებულ ამოხსნებთან. ჩვენ ვაანალიზებთ, თუ როგორ არის

კვანტური სიმულაციის სიზუსტე დამოკიდებული ქუბიტების რაოდენობაზე და სისტემის დისკრეტიზაციაზე. დამატებით, ვსწავლობთ ისეთ ფიზიკურ სიდიდეებს, როგორიცაა მოსალოდნელი მნიშვნელობები, ალბათობის განაწილებები და ენერგიის ევოლუცია დროში, რათა შევაფასოთ, რამდენად კარგად აღწერს კვანტური სიმულაცია იმ დინამიკას, რომელიც მიღებულია კლასიკური გამოთვლითი მეთოდებით.

კულონური T მატრიცა სუსტ წარმოდგენაში

ვაგნერ ჯიქია

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ვ. ჭავჭავაძის სახელობის კიბერნეტიკის
ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
Email: v_jikia@yahoo.com

ჩატარებულია კულონური T მატრიცის ცნობილი ინტეგრალური წარმოდგენის ანალიზი. მიღებულია უწყვეტი სპექტრის კულონური T მატრიცის ზუსტი ანალიზური გამოსახულება იმპულსურ სივრცეში $q \neq k$ არეში. ასევე მიღებულია აღნიშნული ფუნქციის მკაფიო ანალიზური გამოსახულება $q = k$ წერტილის მცირე მიდამოში. ნაჩვენებია, რომ ანომალური ქცევის არეში კულონური T მატრიცა არსებობს განზოგადებული ფუნქციების აზრით და ნულის ტოლია სუსტი აზრით. სტატიაში აღწერილი სცენარი წარმოადგენს ლიტერატურაში არსებული ზოგადი მოსაზრებების მკაცრ დასაბუთებას, სადაც $q = k$ წერტილის მცირე მიდამოში კულონური T მატრიცა განიხილება განაწილების სახით. ნაჩვენებია, რომ აღნიშნული განაწილება სუსტი აზრით იძლევა რეგულარულ კულონურ ფუნქციას ზუსტი ანალიზური სახით. მოტანილი ფაქტი გვიჩვენებს, რომ კულონური T მატრიცის ინტეგრალური ფორმულა მნიშვნელოვან როლს ასრულებს სუფთა ანალიტიკური მოსაზრებების თვალსაზრისით, რადგან იგი იმპულსურ სივრცეში გაურკვეველი ბუნების კულონურ ფუნქციას წარმოგვიდგენს მკაფიო ანალიზური სახით. გამოთვლები ჩატარებულია კომპლექსური ანალიზის ჩარჩოებში უახლესი მეთოდების გამოყენებით.

ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისა და ოპტიმალური მართვის სექცია

ემღვნება პროფესორ რომან კოპლატაძის ნათელ ხსოვნას

ხელმძღვანელი – თამაზ თადუმაძე
თანახელმძღვანელი - თეა შავაძე

მართვადი SEIR დიფერენციალური მოდელის სენსიტიური ანალიზი დაგვიანებების, საწყისი და მართვის ფუნქციების შეშფოთებების გათვალისწინებით

ლელა ალხაზიშვილი¹, მედეა იორდანიშვილი¹, ია რამიშვილი²

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, კომპიუტერულ მეცნიერებათა დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო

²საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო

Emails: lela.alkhazishvili@tsu.ge, medea.iordanishvili@tsu.ge, ia.ramis@yahoo.com

ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლებებისათვის ამონახსნის წარმოდგენის ლოკალური ფორმულების გამოყენებით, მუდმივი დაგვიანებების პირობებში ფაზურ კოორდინატებსა და მართვებში, დაავადების გავრცელების SEIR მოდელისათვის დადგენილია სახე დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემისა რომელსაც აკმაყოფილებს სენსიტიურობის კოეფიციენტები.

RPPI-ს პროგნოზირების გამოცდილება საქართველოს მაგალითზე და ახალი პროგნოზული შეფასებები

აკაკი გაბელაია

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი

თბილისი, საქართველო

Email: agabelaia@gtu.ge

ცნობილია, რომ საქართველოში საცხოვრებელი უძრავი ქონების ფასების ინდექსი (RPPI) ასახავს საცხოვრებელი უძრავი ქონების ფასების დინამიკას. ინდექსი მოიცავს უძრავი ქონების ბაზრის ახალი აშენებული და მშენებარე საცხოვრებლების სეგმენტს თბილისში. ქონების ფასების ინდექსები გამოიყენება ქვეყნების ცენტრალური ბანკებისა და პოლიტიკის გამტარებელი სხვა ინსტიტუტების მიერ, აგრეთვე ანალიზ-ტიკოსების, მკვლევარებისა და სხვა

მომხმარებლების მიერ, როგორც ქვეყნის შიგნით, ისე მის ფარგლებს გარეთ. აქედან გამომდინარე, ძალიან მნიშვნელოვანია მისი პროგნოზირების შესაბამისი სიზუსტე. ბოლო პერიოდში ეს ბაზარი ზედმეტად (სპეკულაციურად) მიმზიდელი ხდება საქართველოშიც. რამაც, ცხადია, ხანგრძლივად გაგრძელების შემთხვევაში შეიძლება გამოიწვიოს „ბუშტის ეფექტი“- უძრავ ქონებაზე მოთხოვნის მკვეთრი შემცირება და, შესაბამისად, ფასების დაცემა. რაც, თავის მხრივ, ძლიერ დარტყმას მიაყენებს, როგორც ინვესტორებს, ისე მთლიანად ფინანსურ სექტორს. აქედან გამომდინარე, ჩვენ ვაგრძელებთ მუშაობას RPPI ინდექსის პროგნოზირების პრობლემაზე (კვარტლების ჭრილში). შესაბამისად, ნაშრომში გაანალიზებული იქნება ამ ინდექსის დინამიკა 2020 – 2025 წლებისათვის. განიხილება 2025 წლისთვის მიღებული პროგნოზული შეფასებების სიზუსტე და მოცემული იქნება ახალი პროგნოზული შეფასებები მიმდინარე 2026 წლისთვის. დაბოლოს უნდა შევნიშნოთ, რომ მოცემული ინდექსის დინამიკის ანალიზისა და პროგნოზირების ყოველ ეტაპზე ჩვენს მიერ გამოყენებული იყო ისეთი ცნობილი კომპიუტერული პაკეტის შესაძლებლობები, როგორიცაა Eviews.

პარეტო ოპტიმალური წერტილების პოვნა მარკოვიცის საშუალო-რისკი სახის პორტფელის ოპტიმიზაციის მოდელისთვის

**ფრიდონ დვალიშვილი¹, ბიძინა მიდოდაშვილი¹, ზაზა ხეჩინაშვილი²,
ალექსანდრე მოსიდუ³**

¹ ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, კომპიუტერულ მეცნიერებათა დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო

² ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო

³ თბილისის თავისუფალი უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი
თბილისი, საქართველო

Emails: pridon.dvalishvili@tsu.ge, bidzina.midodashvili@tsu.ge, zaza.khechinashvili@tsu.ge,
a.mosidze@freeuni.edu.ge

პორტფელის ოპტიმიზაცია არის სხვადასხვა აქტივების შერჩევის, მათი გაერთიანების პროცესი შემოსავლიანობის და რისკის გათვალისწინებით საუკეთესო შესაძლო შედეგის მისაღწევად. ინვესტორის მიზანია მოსალოდნელი შემოსავლიანობის მაქსი-მიზაცია რისკის დასაშვები დონისათვის. განხილულია მარკოვიცის საშუალო-რისკი სახის პორტფელის ოპტიმიზაციის მოდელი [1]. ამ მოდელისათვის მოყვანილია ორი კრიტერიუმის განმარტება: პორტფელის საშუალო შემოსავლიანობა და პორტფელის რისკი აქტივების შემთხვევითი ცვლადებისათვის. განხილულია ინვესტიციების მენე-ჯმენტის ფუნდამენტალური, გრძელი და მოკლე პოზიციების ცნებები. მოყვანილია ეფექტური საზღვრის, როგორც პარეტო ოპტიმალური წერტილების განმარტება [2]. მოცემული მაგალითისათვის ნაპოვნია რიცხვითი შედეგები გენეტიკური ალგორითმის გამოყენებით და ამ შედეგებზე დაყრდნობით აგებულია ეფექტური საზღვრის

მრუდი. განხილულია სარგებლიანობის ფუნქციების ტიპები, როცა ინვესტორი რისკისადმი მიდრეკილი, რისკისადმი ნეიტრალური და რისკისადმი მიუღებელია. მოყვანილია ასეთი ტიპის სარგებლიანობის ფუნქციები და მათთვის ოპტიმალური პორტფელის პოვნის გადაწყვეტა.

ლიტერატურა

1. Markowitz, H. M. Portfolio Selection The Journal of Finance, 7 (1952), 77-91,
2. Daniel, P. *Palomar Portfolio Optimization Theory and Application*, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2025.

ამონახსნების გლობალური წარმოდგენის ფორმულები არაწრფივი ფუნქციონალურ-დიფერენციალურ განტოლებებისთვის მრავალი დაგვიანებით ფაზურ კოორდინატებსა და მართვებში საწყისი მომენტის ვარიაციისა და უწყვეტი საწყისი პირობის გათვალისწინებით

თამაზ თადუმაძე¹, ნიკა გორგოძე², აბდელჯალილ ნაშავი³

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი და ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი თბილისი, საქართველო

²ა. წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი ქუთაისი, საქართველო

³ნანტის უნივერსიტეტი, ჟ. ლერეს მათემატიკის ლაბორატორია, ნანტი, საფრანგეთი
Emails: tamaz.tadumadze@tsu.ge, nika.gorgodze@atsu.edu.ge, nachaoui@math.cnrs.fr

ამონახსნების გლობალური ანალიზური წარმოდგენის ფორმულები დამტკიცებულია არაწრფივი შემფოთებული სამართი ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტო-ლებებისთვის მრავალი დაგვიანებით ფაზურ კოორდინატებსა და მართვებში. ფორმულებში გამოვლენილია საწყისი მომენტისა, საწყისი ფუნქციის და ფაზურ კოორდინატებში შემავალი დაგვიანების პარამეტრების შემფოთების ეფექტები, აგრეთვე უწყვეტი საწყისი პირობის ეფექტი. ამონახსნის წარმოდგენის ფორმულა გამოიყენება ოპტიმიზაციის ამოცანების გამოკვლევაში, შემფოთებული განტოლების მიახლოებითი ამონახსნის მოძებნაში, მათემატიკური მოდელების სენსიტიურ ანალიზში.

ხელოვნური თანამგზავრები და ოპტიმალური მართვა

ანამარია მესხია

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და
საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო
Email: anamaria.meskhia211@ens.tsu.edu.ge

მოხსენებაში განხილული იქნება შემდეგი საკითხები: კოსმოსური
ტექნოლოგიები, Sputnik-1 და კოსმონავტიკის ფუმემდეგლები, ციოლკოვსკის
განტოლება და ოპტიმალური მართვა.

ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების გამოყენება მედიცინაში

იოანე მექვაბიშვილი, ნიკოლოზ ლეჟავა

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და
საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო
Emails: ioane.mekvabishvili017@ens.tsu.edu.ge, nikoloz.lezhava290@ens.tsu.edu.ge

მოხსენებაში განხილული იქნება შემდეგი საკითხები: ჩვეულებრივი
დიფერენციალური განტოლებების გამოყენება კიბოს წინააღმდეგ, ბალანსი
ეფექტურობასა და ზიანს შორის, ნორტონ-საიმონის ჰიპოთეზა, რეზისტენტული
უჯრედები და ოპტიმალური მართვა.

იმუნური რეგულაციის არაწრფივი მოდელი რევმატოიდულ ართრიტში: დოზირებიდან ეფექტურობამდე

ვლადიმერ ოდიშარია¹, კახაბერ ოდიშარია², ზვიად ყალიჩავა³, ნონა ჯანიკაშვილი⁴

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის
დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო

²EMCoS LLC, თბილისი, საქართველო,

³ნ. მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი
თბილისი, საქართველო,

⁴თბილისის სახელმწიფო სამედიცინო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

Emails: vladimer.odisharia@tsu.ge, k.odisharia@gmail.com, z.kalichava@gtu.ge,
njanikashvili@tsmu.edu

[1], [2], [3]-ში შემოთავაზებულ განტოლებებზე დაყრდნობით, შევიმუშავეთ რევმატოიდული ართრიტის მკურნალობის ახალი არაწრფივი მათემატიკური მოდელი, რომელიც იკვლევს დაავადების მიმდინარეობისას ხრტილის დაშლის ფუნქციურ დინამიკას. მკურნალობის პროცესი მიმდინარეობს კომბინირებულად, ორი პრეპარატის გამოყენებით, მოდელში პრეპარატის მიწოდების დინამიკა აღწერილია ფუნქციით, რომელიც განსაზღვრავს ორგანიზმში მედიკამენტების დონეს დროში და წარმოადგენს იმ წყაროს, საიდანაც ყალიბდება აქტიური ფორმები, რომლებიც გავლენას ახდენენ მკურნალობის ეფექტურობაზე. მოდელის მიხედვით დაავადება წარმოიშობა, როდესაც B უჯრედების რაოდენობა ზღვრულ ნორმას გადააჭარბებს. განტოლებებში მონაწილე სამკურნალო საშუალებები ხელს უწყობენ მიზნობრივი უჯრედების გამრავლებას და/ან B ლიმფოციტების დაყვანას ზღვრულ რაოდენობამდე, რაც მიიღწევა Th და Treg უჯრედებსა და IL6-ზე წამლის ფუნქციონალური ზემოქმედებით. სამკურნალო საშუალებების დოზირებისა და ეფექტურობის შესაფასებლად დასმულია და ამოხსნილია კოშმის ამოცანა.

ლიტერატურა

1. Odisharia, K., Odisharia, V., Tsereteli, P., Janikashvili, N. On the Mathematical Model of Drug Treatment of Rheumatoid Arthritis. *Springer International Publishing, Mathematics, Informatics, and their Applications in Natural Sciences and Engineering*, **10** (2019), 161-168.
2. Tsereteli, P., Odisharia, V., Janikashvili, N. Mathematical modeling of rheumatoid arthritis and its treatment. *Computer Sciences and Telecommunications*, **1**, 61 (2022), 19-31.
3. Odisharia, V., Odisharia, K., Kalichava, Z., Nanava, N., Chikovani, T., Janikashvili, N. Mathematical Modeling of T Lymphocyte Cross-Talk for the Selection of Treatment Modality in Rheumatoid Arthritis Patients. *Bulletin of TICMI*, **29**, 2 (2025), 103-114.

ცოდნის შემოწმების ტესტის აგება მრავალკრიტერიუმიანი დისკრეტული ოპტიმიზაციის გამოყენებით

ბეჟან ღვაბერიძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, კომპიუტერულ მეცნიერებათა დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
Email: bezhan.ghvaberidze@tsu.ge

ტესტის ოპტიმალური სტრუქტურის დადგენის ამოცანისათვის შემოთავაზებულია მიდგომა, რომელიც ეფუძნება მრავალკრიტერიუმიანი დისკრეტული ოპტიმიზაციის მოდელებსა და ალგორითმებს. ასეთი მიდგომა ეფექტურია მაშინ, როცა ტესტის აგების რამდენიმე ფაქტორია გასათვალისწინებელი.

GPU კლასტერის დინამიკის მოდელირება მაკი-გლასის ტიპის არაწრფივი დაგვიანებულ არგუმენტის დიფერენციალური განტოლების გამოყენებით

თეა შავაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო.
Email: tea.shavadze@gmail.com

წარმოდგენილ ნაშრომში განხილულია GPU კლასტერის დატვირთვის დინამიკის მათემატიკური მოდელი, რომელიც დაფუძნებულია მაკი-გლასის ტიპის არაწრფივ, დაგვიანებულ დიფერენციალურ განტოლებებზე (იხ. [1]). მოდელი აჩვენებს, როგორ მოქმედებს სისტემის წარსული მდგომარეობები, როგორცაა ამოცანების დაგეგმვა და რესურსების განაწილება, მიმდინარე დატვირთვაზე დაგვიანებული უკუკავშირის მეშვეობით. [2]-ში მიღებული თეორიული შედეგების საფუძველზე განისაზღვრება წონასწორობის მდგომარეობების არსებობა და სტაბილურობა. ეს გვაძლევს შესაძლებლობას უკეთ გავიგოთ, როგორ წარმოიქმნება გადატვირთვა და როგორ იცვლება დატვირთვა დიდი GPU კლასტერების შემთხვევაში. მოდელი გადამოწმებულია Alibaba Lingjun-ის GPU კლასტერის რეალური მონაცემებით. შედეგები აჩვენებს, რომ დაგვიანების ფაქტორის გათვალისწინება მნიშვნელოვნად აუმჯობესებს სისტემის დატვირთვის პროგნოზირებას და ამოცანების დაგეგმვის სიზუსტეს იმ მოდელებთან შედარებით, რომლებიც ამას არ ითვალისწინებენ. წარმოდგენილი მიდგომა წარმოადგენს როგორც თეორიულად დასაბუთებულ, ისე პრაქტიკულად გამოსადეგ ინსტრუმენტს GPU რესურსების მონიტორინგისთვის, პროგნოზირებისა და ეფექტიანი მართვისთვის.

ლიტერატურა

1. Mackey, M. C., Glass, L., Oscillation and Chaos in Physiological Control Systems, *Science*, **197**, 4300, (1977), 287–289.
2. Shavadze, T., On the Modeling, Analysis, and Simulation of Delay-induced System Slowdowns and Congestion in Computing Systems, *TWMS Journal of Applied and Engineering Mathematics*, *accepted for publication*, 2026.

კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების და უწყვეტ გარემოთა მექანიკის სექცია

ემდგნება პროფესორ ანდრო ბიწაძის დაბადებიდან 110 წლისთავს

ელმძღვანელები – დავით ნატროშვილი, სერგო ხარიბეგაშვილი,
თემური ჯანგველაძე, გიორგი ჯაიანი
თანამდგომლობის – ზურაბ კილურაძე, ნატალია ჩინჩალაძე

თერმოდრეკადი სხეულების სამფაზიანი დაგვიანებით მოდელის მაღალი რიგის აპროქსიმაციების გამოკვლევა

გია ავალიშვილი¹, მარიამ ავალიშვილი²

¹ი. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

²საქართველოს უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

Emails: gavalish@yahoo.com, mavalish@yahoo.com

ნაშრომში შესწავლილია თერმოდრეკადი სხეულების დინამიკური არაკლასიკური სამგანზომილებიანი მოდელები, რომლებიც დამოკიდებულია სამ ფაზის დაგვიანების პარამეტრზე. განხილული მოდელები წარმოადგენენ თერმოდრეკადი სხეულების განზოგადებული მოდელის სხვადასხვა მაღალი რიგის აპროქსიმაციებს, სადაც სითბოს გავრცელების კლასიკური ფურიეს კანონი შეცვლილია სამფაზიანი დაგვიანებით სითბოს გავრცელების ს.კ. როი ჩოუდურის [1] მიერ შემოთავაზებული მოდელით, რომელშიც ერთი ფაზის დაგვიანება შეესაბამება ტემპერატურის გრადიენტს, მეორე შეესაბამება სითბოს ნაკადს, ხოლო მესამე კი შეესაბამება ა.ე. გრინის და პ.მ. ნაგდის [2] ნაშრომში შემოტანილი სითბური გადაადგილების გრადიენტს. ნაშრომში შესწავლილი მოდელები წარმოადგენენ სამი ფაზის დაგვიანებით როი ჩოუდურის მოდელის [1] განზოგადებას, სადაც სითბოს ნაკადის, ტემპერატურის გრადიენტის და თერმული გადაადგილების გრადიენტის აპროქსიმაციების რიგებია შესაბამისად 2, 1, და 1, რომელიც თავის მხრივ არის სითბოს ნაკადის და ტემპერატურის გრადიენტის შესაბამისი ორი ფაზის დაგვიანებით ჩანდრასეჰარაია-ცოუს მოდელის [3] მოდიფიკაცია და განზოგადება. მიღებულია შერეული სასაზღვრო პირობებით ზოგადი სამგანზომილებიანი საწყის-სასაზღვრო ამოცანების ვარიაციული ფორმულირებები შესაბამის დროითი ცვლადის მიმართ ვექტორული განაწილებების სივრცეებში მნიშვნელობებით სობოლევის სივრცეებში, დამტკიცებულია ამონახსნების არსებობა და ერთადერთობა, ენერგეტიკული იგივეობები და ამონახსნების უწყვეტად დამოკიდებულება მონაცემებზე.

ლიტერატურა

1. Roy Choudhuri, S.K. On a thermoelastic three-phase-lag model. *J. Thermal Stresses*, **30** (2007), 231-238.

2. Green, A.E., Naghdi, P.M. Thermoelasticity without energy dissipation. *J. Elasticity*, **31** (1993), 189-208.
3. Chandrasekharaiah, D.S. Hyperbolic thermoelasticity: a review of recent literature. *Appl. Mech. Reviews*, **51** (1998), 705-729

კონსოლიდაციის თეორიის ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანა ორმაგი ფოროვნების შემთხვევაში

ლევან გიორგაშვილი¹, შოთა ზაზაშვილი²

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნავთობების, სპეციალური სისტემების და საინჟინრო უზრუნველყოფის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

²საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი
თბილისი, საქართველო

Emails: lgiorgashvili@gmail.com, s.zazashvili@gtu.ge

განხილულია კონსოლიდაციის თეორიის სტატიკის სასაზღვრო ამოცანები ნახევარსივრცისათვის ორმაგი ფოროვნების შემთხვევაში. ნახევარსივრცის საზღვარზე მოცემულია გადაადგილების ვექტორის ნორმალური მდგენელის, ძაბვის ვექტორის მხები მდგენელების და პირველად და მეორად ფორებში სითხის წნევის ნორმალის მიმართულებით წარმოებულის ზღვრული მნიშვნელობები ან ძაბვის ვექტორის ნორმალური მდგენელის, გადაადგილების ვექტორის მხები მდგენელების და პირველად და მეორად ფორებში სითხის წნევის ზღვრული მნიშვნელობები. კონსოლიდაციის თეორიის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის ამონახსნის ზოგადი წარმოდგენის ფორმულისა და ფურიეს გარდაქმნის გამოყენებით სასაზღვრო ამოცანების ამონახსნები აგებულია ცხადი სახით კვადრატურებში.

ბრტყელი დრეკადობის ბმული თეორიის სასაზღვრო ამოცანა წრიული რგოლისათვის ორგვარი ფოროვნებით

ბაკურ გულუა^{1,3}, თამარ ქასრაშვილი^{1,2}, გურანდა ჩარქსელიანი³

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო,

²საქართველო ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო

³სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

Emails : bak.gulua@gmail.com, kasrashvilitamar08@gtu.ge, g.charkseliani@sou.edu.ge

მოხსენებაში განხილულია დრეკადი ორმაგი ფოროვანი მასალების წრფივი მოდელი, რომელშიც გათვალისწინებულია დარსის კანონისა და მოცულობითი წილის ცნებების ერთობლივი ფენომენი [1]. ბრტყელი დეფორმაციისათვის

შესაბამისი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემა ჩაწერილი კომპლექსური ფორმით და მისი ზოგადი ამონახსნი წარმოდგება კომპლექსური ცვლადის სამი ანალიზური ფუნქციებისა და სამი ჰელმჰოლცის განტოლების ამონახსნების საშუალებით [2]. მიღებული ამონახსნების საშუალებით ამოხსნილია სასაზღვრო ამოცანა წრიული რგოლისათვის ანალიზურად [3].

ლიტერატურა

1. Svanadze, M. Potential method in the coupled theory of elastic double-porosity materials. *Acta Mech.*, **232**, 6 (2021), 2307–2329.
2. Charkseliani, G., Gulua, B., Janjgava, R. On the Construction of General Solutions of Equations of The Plane Theory of Elasticity in the Coupled Theory of Double-Porosity Materials. *Lecture Notes of TICMI*, **25** (2024), 35-47.
3. Charkseliani, G., Gulua, B. Solution of the boundary value problem of the coupled theory of elasticity for a circular ring with double-porosity. *Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute*, **179**, 1 (2025), 85-94.

სიმეტრიული წრიული მთვარის ფორმის ხვრელის შემცველი უსასრულო დრეკადი სიბრტყის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის შესწავლა

ნათელა ზირაქაშვილი

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
Email : natela.zirakashvili@tsu.ge

შესწავლილია სიმეტრიული წრიული მთვარის ფორმის ხვრელის მქონე (ორი ურთიერთგადამკვეთი წრეწირის რკალებით შემოსაზღვრული არე) უსასრულო დრეკადი სიბრტყის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა. ამისათვის, დრეკადობის თეორიის ორგანზომილებიანი სტატიკის სასაზღვრო ამოცანების ანალიზური (ზუსტი) ამონახსნები აგებულია ბიპოლარულ კოორდინატებში ერთგვაროვანი იზოტროპული სხეულებისათვის, რომლებიც შემოსაზღვრულია ბიპოლარულ კოორდინატთა სისტემის საკოორდინატო წირებით. კერძოდ, დასმული და ამოხსნილია სასაზღვრო ამოცანები სიმეტრიული წრიული მთვარის ფორმის ხვრელის მქონე უსასრულო დრეკადი სიბრტყის გაჭიმვაზე. ამასთანავე, განიხილება უსასრულობაში მოდებული გარე ძალებით გამოწვეული გრძივი, განივი ან ყოველმხრივი თანაბარი გაჭიმვა. დასმული ამოცანები ამოხსნილია ძაბვებში. ბიპოლარულ კოორდინატებში ძაბვის ფუნქციითაა გამოსახული ძირითადი ფორმულები. ამოცანები ამოხსნილია ანალიზურად. ანალიზური ამონახსნები ფურიეს ინტეგრალებითაა წარმოდგენილი. მიღებულია სიმეტრიული წრიული მთვარის ფორმის ხვრელით შესუსტებული უსასრულო დრეკადი სიბრტყის გაჭიმვაზე ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანის რიცხვითი შედეგები და წარმოდგენილია შესაბამისი გრაფიკები.

შერეული ამოცანის ამოხსნადობის შესახებ მეორე რიგის არამკაცრად ჰიპერბოლურ სისტემათა ერთი კლასისათვის

ირინე სიგუა¹, მარკოზ ჭანტურია²

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო

²საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, ინფორმატიკის და მართვის სისტემების
ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
Emails: irinasigua@mail.ru, chanturia.markoz@gtu.ge

მეორე რიგის არამკაცრად ჰიპერბოლურ სისტემათა ერთი კლასისათვის განხილულია შერეული ამოცანა ნახევარბოლში. სისტემის ნორმალურად ჰიპერბოლურობის შემთხვევაში დამტკიცებულია შერეული ამოცანის ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა, ხოლო ნორმალურად ჰიპერბოლურობის დარღვევის შემთხვევაში მოყვანილია ჰიპერბოლური სისტემის მაგალითი, რომლისთვისაც დასმული შერეული ამოცანა არ არის კორექტული და ამ სისტემისათვის ნაჩვენებია, თუ რა სახის ცვლილებაა შესატანი სასაზღვრო პირობებში, რომ ამოცანა გახდეს კორექტული.

კირხჰოფის ტიპის ორგანზომილებიანი განტოლების ამოხსნის რიცხვითი მეთოდი

ჯემალ ფერადე¹, ნიკოლოზ კაჭახიძე²

¹ი. ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
²საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

Emails : jemal.peradze@tsu.ge, n.kachakhidze@gtu.ge

ნაშრომში განხილულია კირხჰოფის ტიპის ორგანზომილებიანი არაწრფივი ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლება დირიხლეს ტიპის სასაზღვრო პირობებით. წარმოდგენილია ალგორითმი ჩიპოს [1] მიდგომის გამოყენებით მიახლოებითი ამონახსნის ასაგებად. შემოთავაზებული მეთოდის ეფექტურობის შესამოწმებლად ამოხსნილია ტესტური მაგალითი.

ლიტერატურა

1. Chipot, M. *Remarks on some class of nonlocal elliptic problems*. Recent advances of elliptic and parabolic issues, World Scientific, 2006, 79-102.

ელექტროგამტარი ბლანტი უკუმში სითხის არასტაციონარული დინება ორ პარალელურ კედელს შორის

ბადრი ცუცქირიძე¹, მარი ცუცქირიძე²

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო

²კავკასიის უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
გრენობილის უნივერსიტეტი, საფრანგეთი

Emails: b. tsutskiridze@mail.ru, btsutskiridze@yahoo.com, Tsutskiridzegrenobleem@gmail.com

ნაშრომში შესწავლილია ელექტროგამტარი ბლანტი არაკუმშვადი სითხის არასტაციონარული დინება ორ იზოთერმულ კედელს შორის. ნაჩვენებია, თუ როგორ მოქმედებს გარეგანი ერთგვაროვანი მაგნიტური ველი სითხის დინებაზე წნევის მუდმივი დაცემისას და სითხის მუდმივი ხარჯის დროს. გამოვლენილია არსებითი დამოკიდებულება გარეგანი მაგნიტური ველის სიდიდესა და ბრტყელი მილის კედლების ელექტრონულ გამტარებლობას შორის.

ნაპოვნია სითხის ფიზიკური მახასიათებლები.

მაღალი რიგის არაწრფივი შედგენილი ტიპის განტოლებისათვის ერთი მახასიათებელი ამოცანის ამოხსნადობის შესახებ

სერგო ხარიბეგაშვილი, თეონა ბიბილაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი
თბილისი, საქართველო,

Emails: kharibegashvili@yahoo.com, teonabibilashvili12@gmail.com

განხილულია მახასიათებელი ამოცანა კონუსურ არეში მაღალი რიგის არაწრფივი შედგენილი ტიპის განტოლებისათვის. ამოცანა ეკვივალენტურად დაიყვანება არაწრფივ ფუნქციონალურ განტოლებაზე სობოლევის სივრცის გარკვეულ ქვესივრცეზე. არაწრფივ წევრზე დადებული გარკვეული პირობების შესრულების შემთხვევაში დამტკიცებულია თეორემები ამ ამოცანის ამონახსნის არსებობის, ერთადერთობის და არარსებობის შესახებ.

ერთი არაწრფივი ორგანზომილებიანი კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების სისტემის შესახებ

თემური ჯანგველაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტემენტი
თბილისი, საქართველო
Email: tjangv@yahoo.com

მრავალი პროცესი აღიწერება არაწრფივი კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების ისეთი სისტემებით, რომლებიც შეიცავენ სხვადასხვა რიგის განტოლებებს და ძლიერად არიან ერთმანეთთან დაკავშირებულნი. აღნიშნული გარემოება ყოველი კონკრეტული სისტემისთვის განაპირობებს კვლევის შესაბამისი მეთოდების გამოყენებას, რადგან ზოგადი თეორია ამგვარი წრფივი მოდელებისთვისაც ჯერ კიდევ არასრულადაა განვითარებული. ერთ-ერთი ასეთი ორგანზომილებიანი სისტემა წარმოიშვება მცენარეთა ფოთლების ძარღვების ფორმირების პროცესში [1]. ბუნებრივად ჩნდება ამ მოდელის პარაბოლური რეგულარიზაციისა და მისი გამოყენებით დასმული საწყის-სასაზღვრო ამოცანების შესწავლის საკითხი. აღნიშნული სისტემა განხილულია მრავალ ნაშრომში (იხილეთ, მაგალითად, [2-4] და მათში მითითებული ლიტერატურა). არსებითია ამ მოდელისთვის მიახლოებითი ალგორითმების აგება, გამოკვლევა და რიცხვითი რეალიზაცია.

ლიტერატურა

1. Mitchison, G.J. The polar transport of auxin and vein patterns in plants. *Philos. Trans. R. Soc. Lond. B Biol. Sci.*, **295** (1981), 461-471.
2. Bell, J., Cosner, C., Bertiger, W. Solution for a flux-dependent diffusion model. *SIAM J. Math. Anal.*, **13** (1982), 758-769.
3. Jangveladze, T.A. The difference scheme of the type of variable directions for one System of nonlinear partial differential equations. *Proc. I. Vekua Inst. Appl. Math.*, **47** (1992), 45-66.
4. Jangveladze, T., Gagoshidze, M., Kiguradze, Z., Tabatadze, B. Two methods for the numerical solution of a system of nonlinear partial differential equations. *Lecture Notes of TICMI*, **25** (2024), 103-110

პაპკოვიჩ-ნეიბერის ტიპის ზოგადი წარმოდგენის შესახებ თერმოდრეკადი სხეულებისათვის სიცარიელებით, მიკროტემპერატურული ეფექტის გათვალისწინებით

რომან ჯანჯღავა

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
Email: roman.janjgava@gmail.com

მოხსენებაში განიხილება კოვინ-ნუნციატოს წრფივი სტატიკური მოდელი [1] თერმოდრეკადი სხეულებისათვის სიცარიელებით, მიკროტემპერატურული ეფექტის გათვალისწინებით [2, 3]. შესაბამისი განტოლებათა სისტემა ჩაწერილია ინვარიანტული ფორმით და მისთვის მიღებულია პაპკოვიჩ-ნეიბერის ტიპის ზოგადი წარმოდგენები. თერმული ბალანსის განტოლებათა სისტემის (რომელშიც შედის ტემპერატურის ცვლილება და მიკროტემპერატურის ვექტორი) ამონახსნის ზოგადი წარმოდგენა შეიცავს ერთ ნებისმიერ ჰარმონიული ფუნქციას, ჰელმჰოლცის სკალარული განტოლების ზოგად ამონახსნს და ჰელმჰოლცის ვექტორული განტოლების სოლენოიდალურ ამონახსნს. ამ წარმოდგენებზე დაყრდნობით, თერმოდრეკადობის განტოლებათა სისტემის (რომელიც შეიცავს გადაადგილების ვექტორს, ფორების ფარდობითი მოცულობის ცვლილებას და ტემპერატურის ცვლილებას) ზოგადი წარმოდგენა გამოსახულია ერთი ნებისმიერი ჰარმონიული ვექტორ-ფუნქციისა და ჰელმჰოლცის სკალარული განტოლების ამონახსნის საშუალებით. ზოგად წარმოდგენებში შემავალი თითოეული ფუნქცია დამოკიდებულია სამ ცვლადზე; მათი შესაბამისი შერჩევით შესაძლებელია რვა დამოუკიდებელი სასაზღვრო პირობის დაკმაყოფილება.

ლიტერატურა

1. Cowin, S.C., Nunziato, J.W. Linear elastic materials with voids. *J. Elast.*, **13** (1983), 125-147.
2. Grot, R. Thermodynamics of a continuum with microstructure. *Int. J. Engrg. Sci.*, **7** (1969), 801-814.
3. Ieşan, D., Quintanilla, R. On a theory thermoelasticity with microtemperatures. *J. Therm. Stresses*, **23**, 3 (2000), 199-215.

ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის სექცია

ხელმძღვანელები – ელიზბარ ნადარაია, ომარ ფურთუხია

თანახელმძღვანელი – პეტრე ბაბილუა

სუბგაუსის მიმდევრობის ცნების შესახებ

გიორგი გიორგობიანი, ვახტანგ კვარაცხელია, ვაჟა ტარიელაძე
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის
გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
Emails: giorgobiani.g@gtu.ge, v.kvaratskhe;ia@gtu.ge, v.tarieladze@gtu.ge

განხილულია სუბგაუსის შემთხვევითი მიმდევრობის ცნება [1] და მისი
კავშირი ცნობილი ფრანგი მათემატიკოსის ჟ.პ. კახანის მიერ შემოტანილ სუბგაუსის
შემთხვევითი სიდიდის ცნებასთან [2].

ლიტერატურა:

1. Pisier, G. Subgaussian sequences in probability and Fourier analysis. arXiv:1607.01053 [math.PR], <https://doi.org/10.48550/arXiv.1607.01053>
2. Kahane, J.P. Proprietes locales des fonctions a series de Fourier aleatoires. *Studia Math.*, **19** (1960), 1--25. <https://doi.org/10.4064/sm-19-1-1-25>

გაუსის სტატისტიკური სტრუქტურების შესახებ

ზურაბ ზერაკიძე

გორის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, გორი, საქართველო
Email: zura.zerakidze@mail.ru

დადგენილია მრავალგანზომილებიანი წრფივი გაუსის სისტემების უცნობი
პარამეტრების ძალადებული შეფასებებისა და ჰიპოთეზათა შემოწმების
ძალადებული კრიტერიუმების არსებობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები [1,
2].

ლიტერატურა

1. Zerakidze, Z. Hilbert space of measures. *Ukrainian. Math. J.*, **38**, 2 (1986), 147-153.
2. Zerakidze, Z. Construction of statistical structures. *Theory of probability and application*, **XV**, 3 (1986), 573-578.

სპრედ ოპციონის ფასდადების ერთი მეთოდის შესახებ

რევაზ თევზაძე, ცოტნე კუტალია

ქართულ ამერიკული უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

Emails: rtevzadze@gmail.com, kutalia.cotne@gmail.com

ნაშრომში მოცემულია სპრედ ოფციონის ფასდადების ზუსტი ფორმულა. განსაზღვრულია ნაგულისხმევი ვოლატილობის ცნება სპრედ ოფციონისთვის და წარმოდგენილია მისი გამოთვლის მეთოდები. ჩვენ ვუტოლებთ სპრედ ოფციონისა და კალათა ოფციონის ფასებს და ამ უკანასკნელის ფასს ვანაცვლებთ აქციაზე დადებული ოფციონის ფასით [1]. ეს საშუალებას გვაძლევს ბლექ-შოულსის ფორმულით გამოვთვალოთ სტოქასტური ვოლატილობის პარამეტრი კალათა ოფციონისთვის და განვმარტოთ ის როგორც სპრედ ოფციონის სტოქასტური ვოლატილობა.

ლიტერატურა

1. Guliashvili, A., Tankov, P. Implied volatility of basket options at extreme strikes, Large Deviations and Asymptotic Methods in Finance, Springer Proceedings in Mathematics and Statistics, Vol. 110, P. K. Friz, J. Gatheral, A. Gulisashvili, A. Jacquier, J. Teichmann (Eds.), Springer International Publishing Switzerland, 2015, pp. 175-212.

ექსპონენციალური მარტინგალების კრებადობის შესახებ

მიხეილ მანია¹, ბესიკ ჩიქვინიძე²

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ა. რაზმაძის

სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი,

ქართულ ამერიკული უნივერსიტეტი

თბილისი, საქართველო

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

თბილისი, საქართველო

Emails: misha.mania@gmail.com, besik.chiqvinidze@tsu.ge

საბაზისო მარტინგალების ჭვრეტადი მახასიათებლების ტერმინებში დადგინდა ექსპონენციალური მარტინგალების საშუალო კვადრატული აზრით კრებადობის აუცილებელი პირობები. მიღებული შედეგები გამოყენებულია მარტინგალური ზომების სიმრავლის ჩაკეტილობის საჩვენებლად.

ორი პუასონის რეგრესიის ფუნქციათა ტოლობის ჰიპოთეზის შემოწმების შესახებ

ელიზბარ ნადარაია^{1,2}, პეტრე ბაბილუა¹, მზევინარ ფაცაცია³

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

³სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

Emails: elizbar.nadaraya@tsu.ge, petre.babilua@tsu.ge, mzevinar.patsatsia@tsu.ge

დადგენილია პუასონის რეგრესიის ფუნქციის ორი შეფასებათა სხვაობის ინტეგრალური კვადრატული გადახრის ზღვართი განაწილების კანონი. აღნიშნული განაწილების საფუძველზე აგებულია ჰიპოთეზის შემოწმების კრიტერიუმი ორი პუასონის რეგრესიის ფუნქციის ტოლობის შესახებ. შესწავლილია აგებული კრიტერიუმის ძალდულობის საკითხი.

ბროუნის მოძრაობის მიმდინარე მაქსიმუმის სტოქასტურად არაგლუვი ფუნქციონალის ინტეგრალური წარმოდგენა

ეკატერინე ნამგალაური¹, ომარი ფურთუხია^{1,2}

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

Emails: ekanamgalauri96@gmail.com, o.purtukhia@gmail.com

განვიხილოთ ფუნქციონალი

$$F = I_{\{B_T \leq b, M_T > a\}}, a < b.$$

ცნობილია, რომ ბროუნის მოძრაობის მიმდინარე მაქსიმუმი $M_t = \max_{0 \leq s \leq t} B_s$ სტოქასტურად გლუვია. კერძოდ, $D_u M_t = I_{\{u \leq \tau_t\}}$, სადაც τ_t მაქსიმუმის მიღწევის მომენტი $\tau_t = \inf_{0 \leq s \leq t} B_s$.

მიუხედავად ამისა, ვინაიდან A ხდომილების ინდიკატორი I_A სტოქასტურად გლუვია მაშინ და მხოლოდ მაშინ როცა ამ ხდომილების ალბათობა ტოლია ნულის ან ერთის ([1]), ამიტომ F ფუნქციონალი სტოქასტურად არაგლუვია და მისი სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენა ვერ ხერხდება კლარკ-ოკონეს ცნობილი ფორმულის გამოყენებით. გარდა ამისა, აღმოჩნდა, რომ არც მისი პირობითი მათემატიკური ლოდინი (ბროუნის მოძრაობის ბუნებრივი ფილტრაციის მიმართ) არ არის სტოქასტურად გლუვი.

თეორემა. ადგილი აქვს წარმოდგენას

$$E[I_{\{B_T \leq b, M_T > a\}} | \mathcal{F}_t^B] = \Phi\left(\frac{b - B_t}{\sqrt{T - t}}\right) - I_{\{M_t \leq a\}} [2\Phi\left(\frac{a - B_t}{\sqrt{T - t}}\right) - 1]. \quad (1)$$

შესაბამისად, ვერც ღლონტი-ფურთუხიას ([2]) წარმოდგენით ვერ ვისრებლებთ, რადგანაც (1) წარმოდგენის მეორე წევრი თანამამრავლის სახით შეიცავს ინდიკატორს.

თეორემა. სამართლიანია შემდეგი სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენა

$$F = \Phi\left(\frac{b}{\sqrt{T-t}}\right) - 2\Phi\left(\frac{a}{\sqrt{T-t}}\right) + 1 + \int_t^T \frac{1}{\sqrt{T-t}} [2I_{\{M_t \leq a\}} \varphi\left(\frac{a-B_t}{\sqrt{T-t}}\right) - \varphi\left(\frac{b-B_t}{\sqrt{T-t}}\right)] dB_t.$$

ლიტერატურა

1. Nualart, D. *The Malliavin calculus and related topics*. Springer-Verlag, Berlin, 2006.
2. Glonti, O. and Purtukhia, O. On One Integral Representation of Functionals of Brownian Motion. *SIAM J. Theory of Probability and Its Applications*, **61**, 1 (2017), 133-139.
3. Namgalauri, E. and Purtukhia, O. On the stochastic integral representation of Brownian functionals. *Georgian Mathematical Journal*. **30**, 3 (2023), 417-424.

M/G/1 რიგის სისტემა არასაიმედო სერვერით

ნანი სალია

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო.

Email : nanisalia2@gmail.com

ნაშრომში განხილულია M/G/1 ტიპის რიგის სისტემა არასაიმედო სერვერით. სერვერი განიცდის მტყუნებებს მუდმივი ინტენსივობით, ხოლო მისი აღდგენის დრო არის შემთხვევითი სიდიდით ზოგადი განაწილებით. სისტემის ნახევრადმარკოვული მოდელი აგებულია დამატებითი ცვლადების მეთოდის გამოყენებით. მოდელის შესასწავლად გამოყენებულია წმინდა ალბათური მეთოდი და არ ეყრდნობა კერძოწარმოებულნი დიფერენციალური განტოლებების (კოლმოგოროვის განტოლებების) გამოყენებას. გამოკვლეულია სისტემის სტაციონარული რეჟიმი ოპერაციული აღრიცხვის მეთოდებით (კერძოდ, ლაპლასის გარდაქმნებისა და მაწარმოებელი ფუნქციების გამოყენებით). მიღებული შედეგები საშუალებას იძლევა განისაზღვროს სისტემის ძირითადი მაჩასიათებლები, მათ შორის რიგის სიგრძე, ლოდინის დრო და სისტემაში ყოფნის დრო. შემოთავაზებული მეთოდი შეიძლება გამოყენებულ იქნას ნახევრადმარკოვული რიგის სისტემების ფართო კლასისთვის. ნაჩვენებია, რომ შემოთავაზებული მეთოდი ამარტივებს ნახევრადმარკოვული რიგის სისტემების ანალიზს და შეიძლება გამოყენებულ იქნას საიმედოობის თეორიისა და მომსახურების სისტემების სხვადასხვა მოდელში.

დიდ რიცხვთა გაძლიერებული კანონის შესახებ ჯაჭვურად დამოკიდებული მიმდევრობისთვის

ზურაბ კვათაძე¹, ბექნუ ფარჯიანი¹, ციალა კვათაძე²

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი
თბილისი, საქართველო

²შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

Emails: zurakvatadze@yahoo.com, beqnufarjani@yahoo.com, ttkvatadze@gmail.com

(Ω, F, P) ალბათურ სივრცეზე განხილულია ორკომპონენტიანი, სტაციონარული (ვიწრო აზრით) მიმდევრობა $\{X_i, Y_i\}_{i \geq 1}$. მმართველი მიმდევრობა $\{X_i\}_{i \geq 1}$ ($X_i : \Omega \rightarrow \{s_1, s_2, K, s_r\}$) წარმოადგენს სასრულ, ერთგვაროვან, რეგულარულ მარკოვის ჯაჭვს. მიღებულია საკმარისი პირობები იმისათვის, რომ ჯაჭვურად დამოკიდებული $\{Y_i\}_{i \geq 1}$ მიმდევრობისთვის სრულდებოდეს გაძლიერებული დიდ რიცხვთა კანონი.

ლიტერატურა:

1. Kvatadze, Z., Kvatadze, Ts., Labadze, L. The accuracy by L_1 metric of kernel estimates for density constructed by observations with a chain dependence. *Journal of Mathematical Sciences*, **289** (2025), 498-508.;
2. Kemeny, J.G., Snell, J.L. Finite Markov chains. The university series in undergraduate mathematics. USA: Springer-Verlag; 1963, p. 272.

პირობითი ბაიესის მეთოდი სტანდარტული სიმეტრიული მრავალგანზომილებიანი ნორმალური განაწილების ეკვივოლაციის კოეფიციენტის შესამოწმებლად

ქართლოსი ყაჭიაშვილი¹, სენგუფთა აშისი²

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო,

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის

ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნ. მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

²ინდოეთის სტატისტიკის ინსტიტუტი, კოლკატა, ინდოეთი

მოსახლეობის ჯანმრთელობის მეცნიერებათა დეპარტამენტი, ჯორჯიის სამედიცინო კოლეჯი, ავგუსტას უნივერსიტეტი, ავგუსტა, ჯორჯია, აშშ

სტატისტიკის დეპარტამენტი, ახლო აღმოსავლეთის ტექნიკური უნივერსიტეტი, ანკარა, თურქეთი

Emails: k.kachiashvili@gtu.ge, kkachiashvili@gmail.com, amsseng@gmail.com

განხილულია სტანდარტული სიმეტრიული მრავალგანზომილებიანი ნორმალური განაწილების ეკვივოლაციის კოეფიციენტის ტესტირების პრობლემა. განხილულია პირობითი და კლასიკური ბაიესის მეთოდები, რომლებიც იყენებენ მაქსიმალური დასაჯერობის შეფასებას და სტეინის მიდგომას. მიღებული თეორიული შედეგების გამოსაკვლევად და მათ შორის საუკეთესოს შესარჩევად, გამოთვლილია სხვადასხვა პრაქტიკული მაგალითი MATLAB-სათვის დაწერილი კომპიუტერული კოდების გამოყენებით. სიმულაციის შედეგებმა აჩვენა, რომ სტეინის მიდგომის გამოყენებით პირობითი ბაიესის მეთოდი იძლევა შესაძლებლობას, მივიღოთ უფრო მაღალი სანდოობის გადაწყვეტილებები ეკვივოლაციის კოეფიციენტთან დაკავშირებული ჰიპოთეზების შესამოწმებლად, ვიდრე კლასიკური ბაიესის მეთოდი. ასევე, სტეინის მიდგომით პირობითი ბაიესის მეთოდი, ხი-კვადრატ შემთხვევითი ცვლადების წრფივი კომბინაციების განაწილების კანონების გამოყენებით, უკეთეს შედეგებს იძლევა ინტეგრირებული განაწილების კანონების გამოყენებასთან შედარებით, როგორც გამოყენებული დაკვირვებების რაოდენობით, რაც უზრუნველყოფს აუცილებელ სანდოობას, ასევე პრაქტიკული გამოყენების მოხერხებულობის თვალსაზრისით. ხი-კვადრატ შემთხვევითი ცვლადები მიიღება ჰელმერტის ორთოგონალური ტრანსფორმაციის შედეგად მიღებული ვექტორების კვადრატების შეჯამებით. მოცემულია რეკომენდაციები დამუშავებული მეთოდების პრაქტიკული ამოცანების გადაჭრისას გამოყენებისთვის.

ენტროპია მინიმალური მარტინგალური ზომა ორგანოზომილებიან ფინანსურ სქემაში

ზაზა ხეჩინაშვილი¹, გიორგი ლომინაშვილი²

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
თბილისი, საქართველო

²აკაკი წერეთლის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო
Emails: zaza.khechinashvili@tsu.ge, lominashvili1971@yahoo.com

$(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ალბათურ სივრცეზე განხილულია ფინანსური ბაზარი ორი რისკიანი აქტივით, სადაც ამ აქტივების ფასის ევოლუცია აღიწერება ტრინომიალური სტოქასტური მიმდევრობით $S = (S_n^{(1)}, S_n^{(2)})$

$$S_n^{(1)} = S_{n-1}^{(1)}(1 + \rho_n^{(1)}), \quad S_n^{(2)} = S_{n-1}^{(2)}(1 + \rho_n^{(2)}),$$

სადაც $\rho_n^{(1)}$ და $\rho_n^{(2)}$ დამოუკიდებელი ერთნაირად განაწილებული შემთხვევითი სიდიდეების მიმდევრობებია, რომლებიც იღებენ სამ შესაძლო მნიშვნელობას ცნობილი ალბათობებით. ამ სქემაში, S მიმდევრობისთვის აგებულია მარტინგალური ალბათური ზომა Q , რომლისთვისაც ფარდობითი ენტროპია $E_P\left(\frac{d}{d} - \ln \frac{d}{d}\right)$ არის მინიმალური.

ლიტერატურა

1. Frittelli, M. The minimal entropy martingale measure and the valuation problem in incomplete markets. *Mathematical Finance*, **10**, 1 (2000), 39-52.
2. Glonti, L. Jamburia, Khechinashvili, Z. The minimal φ -divergence distance martingale measure for the trinomial scheme. *Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences*, **166**, 3 (2002).
3. Rochafellar, R. Lagrange multipliers in optimization. Nonlinear programming. *SIAM-AMS Proceedings*, IX (1976), 145-168.

მათემატიკური მოდელირებისა და გამოთვლითი მათემატიკის სექცია

ხელმძღვანელები – თეიმურაზ დავითაშვილი, თამაზ ვაშაყმაძე, ჯემალ როგავა
თანახელმძღვანელი – არჩილ პაპუკაშვილი

სხვადასხვა მეტეოროლოგიური პარამეტრების გავლენის კვლევა ამსფ-ზე მისი რიცხვითი მოდელის საშუალებით

გიორგი გელაძე¹, არჩილ პაპუკაშვილი^{1,2}, მერი შარიკაძე¹, მანანა თევდორაძე¹

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
თბილისი, საქართველო

²საქართველოს უნივერსიტეტის მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების სკოლა
თბილისი, საქართველო

Emails: giorgi.geladze@tsu.ge, archil.papukashvili@tsu.ge, meri.sharikadze@tsu.ge,
manana.tevdoradze@tsu.ge,

ჩვენი ჯგუფის მიერ დამუშავებულია ატმოსფეროს მეზომასშტაბური სასაზღვრო ფენის (ამსფ) ორგანოზომილებიანი (X–Z ვერტიკალურ სიბრტყეში) მოდელი, რომელიც თვისებრივად დამაკმაყოფილებლად აღწერს საკვლევ ობიექტს. მოცემულ ნაშრომში ვიხილავთ ამ მოდელის საშუალებით ატმოსფერულ პროცესებზე ისეთი მნიშვნელოვანი პარამეტრების, როგორიცაა ატმოსფეროს სტრატეფიკაცია, ფონური ქარი, ფარდობითი ტენიანობა და სხვათა გავლენას. ეს კვლევა მეტად აქტუალურია ამინდის ლოკალური პროგნოზისა, ნოტიო ველების თავისებურებათა შესწავლისა და ატმოსფეროს ზოგიერთ მოვლენაზე ხელოვნური ზემოქმედების განხორციელებისათვის. რიცხვითი გათვლების შედეგები ფიზიკურად საკმაოდ ადექვატურად აღწერს ზემოთაღნიშნული პარამეტრების გავლენას ამსფ-ში მიმდინარე პროცესებზე.

ლიტერატურა

1. Sulaqvelidze, G. K. *Heavy rainfall and hail*. Leningrad, Hidrometeoizdat, 1967, 409 p.
2. Sulaqvelidze, G. K., Sulaqvelidze, Y. G. *Thermodynamics of the troposphere*. Tbilisi, TSU -Publication, 1980, 295 p.
3. Gutman, L.N. *Introduction to the nonlinear theory of mesoscale meteorological processes*. Leningrad, Hidrometeoizdat, 1969, 295 p.
4. Geladze G. Sh., Begalishvili, N. A., begalishvili, N. N. Account of phase transformation of water in some numerical models of mesometeorology. *Transactions of the IHM at the GTU*. **125** (2019), 14 – 20.
5. Geladze G.Sh., Begalishvili N.A., begalishvili N.N. About numerical model of smog. *Scientific reviewed proceeding of the IHM, GTU*, **131** (2021), 77 – 81.

ეოლიური მტვრის აეროზოლების ტრანსპორტირების გზების შესწავლა კავკასიის რეგიონში (საქართველო) თანამედროვე რიცხვითი მოდელების ანსამბლის გამოყენებით

თეიმურაზ დავითაშვილი, გიორგი რუხაია, გიორგი გელაძე, მერი შარიკაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
Emails : tedavitashvili@gmail.com, TheGR1992@gmail.com, giorgi.geladze@tsu.ge
meri.sharikadze@tsu.ge

მცირე ზომის მტვრის აეროზოლის ნაწილაკები საშიშია ადამიანის ჯანმრთელობისთვის და თანამედროვე კლიმატის ცვლილების ერთ-ერთ მთავარ წყაროს წარმოადგენს [1]. მართლაც, ეოლიური უდაბნოს მტვრის (ეუმ) როლი დედამიწის კლიმატურ სისტემაში ძლიერდება მისი აქტიური მონაწილეობით ფიზიკური, ქიმიური და ბიოგეოქიმიური პროცესების ყველა მასშტაბში [2]. ვინაიდან მტვრის აეროზოლი საქართველოში ერთ-ერთი მთავარი დამაბინძურებელია, მნიშვნელოვანია მეზობელი უდაბნოებიდან საქართველოში ეუმ-ის შემოჭრის სიხშირისა და მარშრუტების შემდგომი შესწავლა. ამ ნაშრომის მთავარი მიზანია კავკასიის რთული ოროგრაფიის პირობებში და რეგიონული კლიმატის ცვლილებების ფონზე ეუმ ღრუბლების კავკასიის ტერიტორიაზე (საქართველო) გადატანის სიხშირისა და მარშრუტების შესწავლა თანამედროვე სამეცნიერო მეთოდების გამოყენებით. ამ მიზნის მისაღწევად გამოიყენება რიცხვითი მოდელირება თანამგზავრული და ადგილზე დაკვირვების მონაცემების გამოყენებით. კერძოდ, ამინდის კვლევისა და პროგნოზირების WRF-chem v.4.5.1 ვერსია (GO CART მტვრის მოდულთან ერთად), კოპერნიკუსის ატმოსფეროს მონიტორინგის სერვისი (CAMS) და ჰიბრიდული ერთნაწილაკიანი ლაგრანჟის ინტეგრირებული ტრაექტორიის (HYSPLIT) მოდელთან კომბინაციაში გამოიყენება ეუმ-ის ტრანსპორტის უდაბნოებიდან საქართველოს ტერიტორიაზე შესასწავლად. ამ ნაშრომში წარმოდგენილი და გაანალიზებულია რიცხვითი კვლევის ზოგიერთი შედეგები.

მადლობა. კვლევა დაფინანსებულია შოთა რუსთველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით No. FR-22-18445.

ლიტერატურა

1. Davitashvili, T. Modelling transportation of desert dust to the South Caucasus using WRF Chem model, *E3S Web of Conferences* **99**, 03011, (2019) CADUC 2019.
2. Middleton, N.J. Desert dust hazards: A global review. *Aeolian Res.* **24** (2017), 53–63.

კოსმოსური ამინდისა და დედამიწის ატმოსფერული ქარების კავშირის შესწავლა

ხათუნა ელბაქიძე¹, ოლეგ ხარშილაძე²

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ზუსტ და
საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის ფიზიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო

Emails: khatuna.chargazia@gmail.com, oleg.kharshiladze@gmail.com

გაანალიზებულია კოსმოსური ამინდის თავისებურებები და მზის აქტივობის როლი მის ფორმირებაში. განხილულია კოსმოსური ამინდის დედამიწის ატმოსფეროში მიმდინარე პროცესებზე ზემოქმედების სხვადასხვა სცენარი. მზის ქარი, რომელიც ატარებს ძლიერ მაგნიტურ ველს, ურთიერთქმედებს გეომაგნიტურ ველთან და იწვევს მის შემფოთებებს, ცვლის ენერგიას მასშტაბურ პროცესებში, რომლებიც, თავის მხრივ, არასტაბილურობით წარმოქმნილი გადაადგილების დენების გავლენით გარდაიქმნება მცირე მასშტაბის მაღალი სიხშირის ელექტრომაგნიტურ ტალღურ სტრუქტურებად და გადასცემს ენერგიას ატმოსფეროს დაბალ განედებში, რაც თავის მხრივ იწვევს ატმოსფერული პარამეტრების ცვლილებებს. მზის მაგნიტურ ქარს ასევე აქვს თერმული ეფექტი დედამიწის ატმოსფეროზე, რაც იწვევს წნევის, ტემპერატურის ცვლილებებს და გავლენას ახდენს ადგილობრივ ამინდზე.

ნაშრომში გაანალიზებულია მათემატიკური მოდელი, რომელიც აღწერს ზემოთ ჩამოთვლილ პროცესებს. შესწავლილია დუშეთის ობსერვატორიაში მიღებული მზის აქტივობისა და გეომაგნიტური ველის დამახასიათებელი ველის შესახებ ექსპერიმენტული მონაცემები სხვადასხვა მანქანური სწავლების მეთოდების გამოყენებით და გამოვლენილია მათ შორის ძლიერი კავშირი.

მადლობა. ნაშრომი შესრულებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის პროექტის № FR-25-1725 მხარდაჭერით.

ეკრანირებული პუასონის განტოლების მიახლოებითი ამოხსნა გრინ-ლაგრანჟის კოეფიციენტების მეთოდით შერეულ სასაზღვრო პირობებში

თამაზ ვაშაკმაძე, გიორგი ბუჟღულაშვილი

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
Emails: tamazvashakmadze@gmail.com, giorgi.buzhghulashvili570@ens.tsu.edu.ge

[1, თავი III]-ში ერთგანზომილებიანი ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნის აგებისათვის განვითარებულ აპარატს ვანზოგადებთ ორგანზომილებიანი ეკრანირებული პუასონის განტოლებისათვის მართკუთხედში შერეული სასაზღვრო პირობებით, ამონახსნის გრინის ფუნქციის წარმოდგენისა და ლაგრანჟის ორგანზომილებიანი საინტერპოლაციო ფორმულის გამოყენებით. ამგვარი მიდგომით, შესაძლებელია წინასწარ გამოვითვალოთ მრავალჯერ გამოყენება ტენზორული კოეფიციენტები. შემდეგ, ვადგენთ გამოსავალი დიფერენციალური ამოცანის მაპროექსიმირებელ წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემას, რომლის შესაბამისი მატრიცა მარტივად იგება ტენზორული კოეფიციენტებით. თუ საწყისი დიფერენციალური განტოლების კოეფიციენტები წარმოადგენს პოლინომებს და ვიყენებთ მაღალი რიგის ტენზორულ კოეფიციენტებს, მაშინ ზემოთმოყვანილი ალგორითმით მიღებული ცდომილება მანქანური სიზუსტისაა. ტესტურ მაგალითებზე მიღებული რიცხვითი შედეგები წარმოდგენილია ცხრილის ფორმატში.

ლიტერატურა

1. Vashakmadze, T.S. *The Theory of Anisotropic Elastic Plates*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/ Boston/ London, 1999, xv+243p. Publisher Springer, Hardcover ISBN 978-0-7923-5695-0.

თხელკედლიანი სტრუქტურებისთვის დაზუსტებულ თეორიათა და იერარქიულ მოდელთა აგებისა და დაფუძნების შესახებ

თამაზ ვაშაკმაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
Email : tamazvashakmadze@gmail.com

მოხსენება ეძღვნება მათემატიკური დაფუძნებისა და აგების საკითხებს თხელკედლიანი სტრუქტურებისთვის დაზუსტებული თეორიებისა და იერარქიული მოდელებისათვის წრფივ შემთხვევაში (არაწრფივი შემთხვევისთვის არსებითი შენიშვნებით). ილია ვეკუას ფუნდამენტური ნაშრომის [1] გათვალისწინებით, ჩვენ ვანვითარებთ გარკვეულ მიდგომას ორთოგონალური

პოლინომების გამოყენებით, ვაგებთ რა ანიზოტროპული არაერთგვაროვანი [2]-ში, მაგრამ არა მხოლოდ დრეკადი, მაგალითად, მაგნიტოდრეკადი, პიეზო და ფორო-დრეკადი სხეულებისათვის იერარქიული მოდელებს. კვლევის არსებითი აქცენტი გადატანილია დრეკადი ფირფიტებისა და გარსების ზედაპირებზე განზოგადებული დამაბულობის ვექტორების განსაზღვრისას სასაზღვრო პირობების დაკმაყოფილების ცნობილი პრობლემის შესწავლაზე. არაწრფივ შემთხვევაში, სადაც ღუნვისა და შეკუმშვა-გაჭიმვის პროცესები არ იხლიჩება, წარმოგიდგენთ დიფერენციალური განტოლებების სისტემის ზუსტ სტრუქტურას, რომელიც აგებულია ad hoc დაშვებების გარეშე. ამგვარად აგებული მოდელები წარმოადგენს ორგანოზომილებიანი (სივცული ცვლადის მიმართ) კორექტულად დასმულ სასაზღვრო ამოცანას, ამონახსნი იგება რეკურენტული (ფაქტორიზაციის) მეთოდით-მარტივი 3×3 დიფერენციალური ამოცანების ამოხსნით. ყველა მოდელისათვის კმაყოფილდება პირით ზედაპირებზე სასაზღვრო პირობები. ზემოთქმულით იქმნება საფუძველი არამარტო თხკედლოვანი სტრუქტურებისათვის, არამედ ტრუსდელ-სიარლეს მოდელების კვლევისათვის. სისრულისათვის შევნიშნოთ, რომ თხელკედლოვანი სტრუქტურებისათვის გადმოცემული მეთოდიკა უშუალოდ გადადის დრეკადობის სამგანზომილებიანი თეორიის შესაბამისი სასაზღვრო ამოცანების მიახლოებით ამოხსნის მისაღებად, როდესაც სისქე სასრულია.

ლიტერატურა

1. Vekua, I. N. *Shell Theory: General Methods of Construction*. Pitman Advanced Publishing Program, Boston-London-Melbourne, 1985.
2. Vashakmadze, T.S. *The Theory of Anisotropic Elastic Plates*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/ Boston/ London, 1999, xv+243p. Publisher Springer, Hardcover ISBN 978-0-7923-5695-0.

ძელის სტატიკური მდგომარეობის აღმწერი კირხჰოფის განზოგადებული განტოლების ამოხსნის მეთოდის შესახებ

ნიკოლოზ კაჭახიძე¹, ჯემალ ფერაძე²

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
თბილისი, საქართველო

Emails : n.kachakhidze@gtu.ge, jermal.peradze@tsu.ge

ნაშრომში განხილულია სასაზღვრო ამოცანა კირხჰოფის ტიპის ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებისათვის, რომელიც აღწერს ძელის სტატიკურ მდგომარეობას. შემოთავაზებულია ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნის პოვნის მეთოდი. შემოთავაზებული მეთოდის ეფექტურობის შესაფასებლად ამოხსნილია ტესტური მაგალითი.

ჯ. ბოლის ძელის განტოლების მიახლოებითი ამოხსნის შესახებ გარეგანი დარტყმის მოქმედებისას

არჩილ პაპუკაშვილი^{1,2}, გიორგი გელაძე¹, მერი შარიკაძე¹

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ო. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
²საქართველოს უნივერსიტეტის მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების სკოლა
თბილისი, საქართველო

Emails : archil.papukashvili@tsu.ge, giorgi.geladze@tsu.ge, meri.sharikadze@tsu.ge

წარმოდგენილი ნაშრომი არის უშუალო გაგრძელება [1]-[6] სტატიების, რომლებშიც განხილულია საწყის-სასაზღვრო ამოცანა ჯ. ბოლის ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებისთვის, რომელიც აღწერს ძელის დინამიკურ მდგომარეობას. [1]-[2] სტატიებში ალგორითმი აპრობირებულია ტესტურ მაგალითებზე. [3]-[6] სტატიებსა და მოცემულ ნაშრომში წარმოდგენილია ერთი პრაქტიკული ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნის საკითხები. კერძოდ, კონკრეტული რკინის ძელისთვის მოყვანილია საწყის-სასაზღვრო ამოცანის რიცხვითი გათვლების შედეგები. წარმოდგენილ ნაშრომში განხილულია შემთხვევა, როდესაც ძელზე მოქმედებს გარეგანი დარტყმა. რიცხვითი რეალიზაციის შედეგები თვისობრივად დამაკმაყოფილებლად აღწერს განსახილველ პროცესს.

ლიტერატურა

1. Papukashvili, A., Papukashvili, G., Sharikadze, M. Numerical calculations of the J. Ball nonlinear dynamic beam. *Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math.* **32** (2018), 47-50.
2. Papukashvili, A., Papukashvili, G., Sharikadze, M. On a numerical realization for a Timoshenko type nonlinear beam equation. *Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math.* **33** (2019), 51-54.
3. Papukashvili, A., Geladze, G., Vashakidze, Z., Sharikadze, M. On the Algorithm of an Approximate Solution and Numerical Computations for J. Ball Nonlinear Integro-Differential Equation. *Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math.* **36** (2022), 75-78.
4. Papukashvili, A., Geladze, G., Vashakidze, Z., Sharikadze, M. Numerical solution for J. Ball's beam equation with velocity – dependent Effective viscosity. *Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math.* **37** (2023), 35-38.
5. Papukashvili, A., Geladze, G., Sharikadze, M. On the approximate solution of the J. Ball's beam equation in the case of temperature dependence of effective viscosity. *Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math.* **38** (2024), 66-69.
6. Papukashvili, A., Geladze, G., Sharikadze, M. On the approximate solution of the J. Ball's beam equation the case of pressure dependence of effective viscosity. *Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math.* **39** (2025), 45-48.

კომბინირებული რიცხვითი სქემა ტიმოშენკოს ძელის არაწრფივი დინამიური სისტემის ამოხსნისთვის

ჯემალ როგავა^{1,2}, ზურაბ ვაშაკიძე^{2,3}

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

³საქართველოს უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

Emails : jemal.rogava@tsu.ge, zurab.vashakidze@tsu.ge

განხილულია ტიმოშენკოს ძელის არაწრფივი, დინამიური, სივრცით ერთგანზომილებიანი შეწყვილებული სისტემა. მისი რიცხვითი ამოხსნისთვის აგებულია სიმეტრიული სამშრიანი ნახევრადდისკრეტული სქემა დროითი ცვლადის მიხედვით. შემოთავაზებული სქემა იძლევა მეორე რიგის წრფივ ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებას თითოეული უცნობისთვის ყოველ დროით შრეზე, რაც საშუალებას იძლევა ამონახსნის პარალელური გამოთვლის.

გამოკვლეულია სქემის კრებადობა და ნაჩვენებია, რომ მისი სიზუსტე არის მეორე რიგის დროითი ბიჯის მიმართ. სივრცითი დისკრეტიზაციისთვის გამოიყენება ლეჟანდრ-გალიორკინის სპექტრული მეთოდი, რომელშიც ლეჟანდრის პოლინომების სხვაობები გამოიყენება როგორც საბაზისო ფუნქციები. ამ კომბინირებული მიდგომის ფარგლებში, საწყისი ამოცანა დაიყვანება წრფივ ალგებრულ განტოლებებათა ქვესისტემებზე, რომელთა კოეფიციენტების მატრიცები არის გაიშვიათებული და ამასთან, სიმეტრიული და დადებითად განსაზღვრული. გარდა ამისა, ეს ქვესისტემების შეიძლება ეფექტურად გახლეჩოს.

ასევე გამოკვლეულია გალერკინის მეთოდის კრებადობა. ჩატარებულია რამდენიმე რიცხვითი ექსპერიმენტი მოდელურ ამოცანებზე და შედეგები შეესაბამება თეორიულ დასკვნებს. ეს მოხსენება ეფუძნება შემდეგ ნაშრომს arXiv:2602.02068-ს იხ.[1].

ლიტერატურა

1. Rogava J., Vashakidze V. On the Numerical Treatment of an Abstract Nonlinear System of Coupled Hyperbolic Equations Associated with the Timoshenko Model. 2026. arXiv:2602.02068.

ქართული, ლაზური, მეგრული და სვანური მოსახლეობების ურთიერთქმედების პროცესის კომპიუტერული მოდელირება

თემურ ჩილაჩავა¹, გია კვაშილავა^{1,2}, გიორგი ფოჩხუა¹

¹სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

²ი. ჯავახიშვილის სახელების თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

Emails: temo_chilachava@yahoo.com, gia.kvashilava@tsu.ge g.pochkhua@sou.edu.ge

წინათ წარმოვადგინეთ პროტოქართველური მოსახლეობის ქართულ, ლაზურ, მეგრულ და სვანურ მოსახლეობებად ტრანსფორმაციის სცენარი. მეორე და მესამე პერიოდის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები განხილულია [1-3]. მეოთხე პერიოდის აღმწერი მათემატიკური მოდელი ფორმალიზებულია როგორც ოთხგანზომილებიანი არაწრფივი დინამიური სისტემა, სადაც თითოეული უცნობი ფუნქცია გამოხატავს ერთ-ერთი ჯგუფის (ქართველები, ლაზები, მეგრელები, სვანები) მოსახლეობის დინამიკას. ნაპოვნია პირველი ინტეგრალები ამ არაწრფივი დინამიური სისტემისთვის. ეს პირველი ინტეგრალები საშუალებას იძლევა ოთხგანზომილებიანი სისტემა დავიყვანოთ ორგანზომილებიან სისტემამდე. ორგანზომილებიანი დინამიური სისტემის შესასწავლად გამოყენებულია პუანკარე-ბენდიქსონის თეორემა. დამტკიცებულია რამდენიმე თეორემა ვექტორული ველის დივერგენციის ნიშნის ცვლილების შესახებ ფაზური სიბრტყის პირველ მეოთხედში მდებარე არეში. ეს შედეგები ადასტურებს შეკრული ინტეგრალური ტრაექტორიების არსებობას, რაც მიუთითებს, რომ არცერთი ჯგუფი არ განიცდის სრულ ასიმილაციას და ოთხივე ენობრივი ჯგუფი აღწევს სტაბილურ თანაცხოვრებას ერთსა და იმავე გეოგრაფიულ სივრცეში [4].

თეზისში წარმოდგენილია მეოთხე პერიოდის კომპიუტერული მოდელირება ცვლადი კოეფიციენტების შემთხვევაში, რომლის დროსაც კოლხური მოსახლეობა უკვე დაყოფილია ლაზურ და მეგრულ მოსახლეობებად და ხდება ოთხი მოსახლეობის ურთიერთქმედება. კომპიუტერული სიმულაციით მიღებულია საინტერესო შედეგები, რომლებიც ფაქტიურად ადასტურებენ თეორიულ დასკვნებს.

ლიტერატურა

1. Chilachava, T., Kvashilava, G., Pochkhua, G., Mathematical Model Describing the Transformation of the Proto-Kartvelian population, *Journal of Mathematical Sciences* (N.Y.), **280**, 3 (2024), 300–308.
2. Chilachava, T. Kvashilava, G., Pochkhua, G., Mathematical and Computer Models of the Transformation of the Proto-Kartvelian population into the Svan and Georgian-Colchian Populations, *Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics*, **38** (2024), 19–22.
3. Chilachava, T.; Kvashilava, G.; Pochkhua, G., Research of a Nonlinear Dynamic System Describing the Process of Interaction between Colchian, Georgian, and Svan Populations, *Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute*, **179**, 3 (2025), 355–368.
4. Chilachava, T., Kvashilava, G., Pochkhua, G., Research of a Nonlinear Four-Dimensional Dynamic System Describing the Process of Interaction between Georgian,

5. Laz, Mingrelian, and Svan Populations, *Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute*, Vol. **179**, 3 (2025), 463–467.

სტოქსის სტაციონალური ღერძ-სიმეტრიული დინების შესახებ უსასრულო არეებში

ნინო ხატიაშვილი, დავით კალაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის

ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

Emails : ninakhatia@gmail.com, datokala@yahoo.com

ნაშრომში შესწავლილია ამოზნექილი სხეულის გარსდენა სტოქსის ღერძ-სიმეტრიული სტაციონალური უკუმშვადი დინებით. განხილულია შესაბამისი სტოქსის განტოლებათა სისტემა უწყვეტობის განტოლებასთან ერთად. სისტემა შესწავლილია სპეციფიკური წნევისთვის და სათანადო სასაზღვრო პირობებით. მიღებულია ზუსტი ამოხსნები. აგებულია გრიგალის პროფილი პროგრამა “MAPLE” საშუალებით.

სარჩევი

პლენალური მოხსენებები

გიორგი ჯაიანი

ანდრო ბიწაძის ცხოვრება და სამეცნიერო მოღვაწეობა _____ 3

რევაზ კაკუბავა

ნახევრად მარკოვის პროცესები და მათი გამოყენება რიგების და
საიმედოობის ამოცანებში. ახალი ამოხსნები _____ 3

მათემატიკის საფუძვლებისა და მათემატიკური ლოგიკის სექცია

ლიკა ბერაია, თენგიზ ტეტუნაშვილი

რამდენიმე შენიშვნა მაზურკევიჩის ტიპის სიმრავლეებისა და ბრტყელი
ალგებრული წირების თანაკვეთების შესახებ _____ 5

მარიამ ბერიაშვილი, მარიკა ხაჩიძე

სერპინსკი-ზიგმუნდის ფუნქციების ზოგიერთი თვისების შესახებ _____ 6

შალვა ბერიაშვილი

სამკუთხა-წახნაგებიანი პოლიედრების კომბინატორული თვისების
შესახებ _____ 7

მარიამ გობრონიძე, არჩილ ყიფიანი

ფუნქციების გრაფების იზომორფულობის მდგრადობა კომპოზიციისა და
არითმეტიკული ოპერაციების მიმართ _____ 7

როლანდ ომანაძე, ირაკლი ჩიტაია

არააჩქარებადი სიმრავლეების Q_1 -ხარისხების შესახებ _____ 8

გამოყენებითი ლოგიკისა და პროგრამირების სექცია

ბესიკ დუნდუა, თემურ კუცია

ლოგიკური პროგრამირების ჩარჩო მსგავსების მიმართებებით განსაზღვ-
რული მაღალი რიგის თარგების უნიფიკაციით _____ 10

ლია კურტანიძე

ელექტრომაგნიტური ველის დონეები ავლაბარში (თბილისი) და არამკა-
ფიო ლოგიკის მოდელი რისკების შეფასებისთვის _____ 10

დემეტრე ლაბაძე

შეზღუდვების ამოხსნის ალგორითმი სიახლოვის მიმართებებით
კომპუტაციურ თეორიებში _____ 11

მიხეილ რუხაია

განკვეთის წესის აღმოფხვრისკენ ალბათურ ურანგო სეკვენციათა კალკულუსში _____ 12

ლალი ტიბუა

რეზოლუციის წესი $\vdash$ – ლოგიკის ფორმულებისათვის _____ 13

კონსტანტინე ფხაკაძე, დავით გეგია, ნოდარ ზარიძე, ბიძინა ლემონჯავა,

შალვა მალიძე, დავით კურცხალია, ლუკა ფხაკაძე, რიტა მარღანია,

ალექსანდრე მასხარაშვილი

საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტთან არსებული საქართველოს სახელმწიფო ენების კულტურული დაცვისა და ტექნოლოგიური განვითარების სამეცნიერო-კვლევითი ინსტიტუტი: მიზნები, ამოცანები, მეთოდები _____ 14

მარიამ ქათამაშვილი

რეგულალური გამოსახულებების წარმოებული მსგავსების მიმართებით _____ 15

ნინო ჯავაშვილი, ანა ჩუტკერაშვილი

ნასახელარ ზმნათა მოდელები ქართულში და მათი ინგლისური შესაბამისობები _____ 15

ალგებრისა, გეომეტრიის და რიცხვთა თეორიის სექცია

მიხეილ ამაღლობელი, თენგიზ ბოკოლევაძე, ალექსეი მიასნიკოვი

ორ-წარმომქმნელიანი თავისუფალი 2-ნილპოტენტური R -ჯგუფის სტრუქტურა, როცა $R = Q[t]$ _____ 17

თეიმურაზ ვეფხვაძე

მახასიათებელიანი განზოგადებული თეტა-ფუნქციები და ათცვლადიანი კვადრატული ფორმის შესაბამისი პარაბოლური ფორმა _____ 18

ილია თავხელიძე, იოჰან ჰილისი, მამანტი როგავა

მებიუსის ფენომენი სხვადასხვა რადიალური კვეთის მქონე “გმლ” ზედაპირებსა და სხეულებში _____ 18

გოჩა თოდუა

$T(V)$ მხები ფიბრაციის ტენზორული სტრუქტურების ინტეგრებადობის შესახებ _____ 19

ილია ლომიძე, ნათელა ჩაჩავა

კოში-ბუნიაკოვსკი-შვარცის უტოლობა ფსევდოევკლიდურ სივრცეში _____ 20

ქეთევან შავგულიძე

განზოგადებული თეტა-მწკრივები ზოგიერთი ექვსცვლადიანი კვადრატული ფორმებისათვის _____ 21

ნამდვილი ცვლადის ფუნქციათა თეორიის სექცია

თეიმურაზ ახოზაძე	
ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივების თანაბარი კრებადობის შესახებ	23
ანა დანელია	
შეუღლებული ფუნქციების სიგლუვის მოდულები _____	24
ანი ელიაშვილი	
ლაპლასის მწკრივის შეჯამებადობა ჩეზაროს განზოგადოებული მეთოდით _____	24
გივი ნადიბაიძე	
ბლოკებში ორთონორმირებული სისტემების მიმართ მწკრივების ძლიერი $(C,1)$ მეთოდით თითქმის ყველგან შეჯამებადობის შესახებ _____	25
გიორგი თუთბერიძე, ვახტანგ ცაგარეიშვილი	
$\text{Lip } \alpha$ ($0 < \alpha < 1$) კლასის ფუნქციების ფურიეს ზოგადი მწკრივების კრებადობის პრობლემები _____	26
შაქრო ტეტუნაშვილი	
უნივერსალური მწკრივების კოეფიციენტების შესახებ _____	27

კომპლექსური ანალიზისა და მისი გამოყენებების სექცია

გიორგი ბოლოთაშვილი	
წრფივი გადაადგილებების ამოცანის რელაქსაციური მრავალწახნაგას სპეციალური არამთელი წვეროები და მათი ფასეტური კვეთები _____	28
გია გიორგაძე	
რიმანის სფეროზე ვექტორული ფიბრაციების კომპლექსური სტრუქტურების დეფორმაციის შესახებ _____	29
გეგა გულადაშვილი	
მონდორომიის მატრიცების უნიტარობა და განტოლების პარამეტრები _____	29
გიორგი კაკულაშვილი	
მატრიცული ფუნქციის კერძო ინდექსების კომბინატორული თვისებები _____	30
გიორგი მაქაცარია, ნინო მანჯავიძე	
მესამე გვარის ორგანზომილებიანი ინტეგრალური განტოლებები _____	30
ნუგზარ მახალდიანი	
ურთიერთქმედებადი სპინიანი ნაწილაკების ამოხსნადი მოდელები და ფუნდამენტალური კონსტანტები _____	31
ირაკლი სიხარულიძე	
კომპლექსური სივრცეების შესახებ _____	31
გოგა სუქნიძე, კირა ჩაიკა	
შრიოდინგერის განტოლების კვანტური სიმულაცია _____	31

ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისა და ოპტიმალური მართვის სექცია

ლელა ალხაზიშვილი, მედეა იორდანიშვილი, ია რამიშვილი მართვადი SEIR დიფერენციალური მოდელის სენსიტიური ანალიზი დაგვიანებების, საწყისი და მართვის ფუნქციების შემფოთებების გათვალისწინებით _____	33
--	----

აკაკი გაბელაია RPPI-ს პროგნოზირების გამოცდილება საქართველოს მაგალითზე და ახალი პროგნოზული შეფასებები _____	33
---	----

ფრიდონ დვალიშვილი, ბიძინა მიდოდაშვილი, ზაზა ხეჩინაშვილი, ალექსანდრე მოსიძე პარეტო ოპტიმალური წერტილების პოვნა მარკოვიცის საშუალო-რისკი სახის პორტფელის ოპტიმიზაციის მოდელისთვის _____	34
--	----

თამაზ თადუმაძე, ნიკა გორგოძე, აბდელჯალილ ნაშავი ამონახსნების გლობალური წარმოდგენის ფორმულები არაწრფივი ფუნქციონალურ-დიფერენციალურ განტოლებებისთვის მრავალი დაგვიანებით ფაზურ კოორდინატებსა და მართვებში საწყისი მომენტის ვარიაციისა და უწყვეტი საწყისი პირობის გათვალისწინებით _____	35
---	----

ანამარია მესხია ხელოვნური თანამგზავრები და ოპტიმალური მართვა _____	36
--	----

იოანე მექვაბიშვილი, ნიკოლოზ ლეყავა ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების გამოყენება მედიცინაში _____	36
---	----

ვლადიმერ ოდიშარია, კახაბერ ოდიშარია, ზვიად ყალიჩავა, ნონა ჯანიკაშვილი იმუნური რეგულაციის არაწრფივი მოდელი რევმატოიდულ ართრიტში: დოზირებიდან ეფექტურობამდე _____	36
--	----

ბექან ღვაბერიძე ცოდნის შემოწმების ტესტის აგება მრავალკრიტერიუმიანი დისკრეტული ოპტიმიზაციის გამოყენებით _____	37
---	----

თეა შავაძე GPU კლასტერის დინამიკის მოდელირება მაკი-გლასის ტიპის არაწრფივი დაგვიანებულ არგუმენტიანი დიფერენციალური განტოლების გამოყენებით _____	38
---	----

კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების და უწყვეტ გარემოთა მექანიკის სექცია

გია ავალიშვილი, მარიამ ავალიშვილი

თერმოდრეკადი სხეულების სამფაზიანი დაგვიანებით მოდელის მაღალი რიგის აპროქსიმაციების გამოკვლევა _____ 39

ლევან გიორგაშვილი, შოთა ზაზაშვილი

კონსოლოდაციის თეორიის ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანა ორმაგი ფოროვნების შემთხვევაში _____ 40

ბაკურ გულუა, თამარ ქასრაშვილი, გურანდა ჩარქსელიანი

ბრტყელი დრეკადობის ბმული თეორიის სასაზღვრო ამოცანა წრიული რგოლისათვის ორგვარი ფოროვნებით _____ 40

ნათელა ზირაქაშვილი

სიმეტრიული წრიული მთვარის ფორმის ხვრელის შემცველი უსასრულო დრეკადი სიბრტყის დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის შესწავლა _____ 41

ირინე სიგუა, მარკოზ ჭანტურია

შერეული ამოცანის ამოხსნადობის შესახებ მეორე რიგის არამკაცრად ჰიპერბოლურ სისტემათა ერთი კლასისათვის _____ 42

ჯემალ ფერაძე, ნიკოლოზ კაჭახიძე

კირხჰოფის ტიპის ორგანზომილებიანი განტოლების ამოხსნის რიცხვითი მეთოდი _____ 42

ბადრი ცუცქირიძე, მარი ცუცქირიძე

ელექტროგამტარი ბლანტი უკუმში სითხის არასტაციონარული დინება ორ პარალელურ კედელს შორის _____ 43

სერგო ხარიბეგაშვილი, თეონა ბიბილაშვილი

მაღალი რიგის არაწრფივი შედგენილი ტიპის განტოლებისათვის ერთი მახასიათებელი ამოცანის ამოხსნადობის შესახებ _____ 43

თემური ჯანგველაძე

ერთი არაწრფივი ორგანზომილებიანი კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების სისტემის შესახებ _____ 44

რომან ჯანჯღავა

პაპკოვიჩ-ნეიბერის ტიპის ზოგადი წარმოდგენის შესახებ თერმოდრეკადი სხეულებისათვის სიცარიელებით, მიკროტემპერატურული ეფექტის გათვალისწინებით _____ 45

ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის სექცია

გიორგი გიორგობიანი, ვახტანგ კვარაცხელია, ვაჟა ტარიელაძე სუბგაუსის მიმდევრობის ცნების შესახებ _____	46
ზურაბ ზერაკიძე გაუსის სტატისტიკური სტრუქტურების შესახებ _____	46
რევაზ თევზაძე, ცოტნე კუტალია სპრედ ოპციონის ფასდადების ერთი მეთოდის შესახებ _____	47
მიხეილ მანია, ბესიკ ჩიქვინიძე ექსპონენციალური მარტინგალების კრებადობის შესახებ _____	47
ელიზბარ ნადარაია, პეტრე ბაბილუა, მზევინარ ფაცაცია ორი პუასონის რეგრესიის ფუნქციითა ტოლობის ჰიპოთეზის შემოწმების შესახებ _____	48
ეკატერინე ნამგალაური, ომარ ფურთუხია ბროუნის მოძრაობის მიმდინარე მაქსიმუმის სტოქასტურად არაგლუვი ფუნქციონალის ინტეგრალური წარმოდგენა _____	48
ნანი სალია M/G/1 რიგის სისტემა არასაიმედო სერვერით _____	49
ზურაბ ქვათაძე, ბექნუ ფარჯიანი, ციალა ქვათაძე დიდ რიცხვთა გაძლიერებული კანონის შესახებ ჯაჭვურად დამოკიდებული მიმდევრობისთვის _____	50
ქართლოს ყაჭიაშვილი პირობითი ბაიესის მეთოდი სტანდარტული სიმეტრიული მრავალგანზომილებიანი ნორმალური განაწილების ეკვივოკოვრელობის კოეფიციენტის შესამოწმებლად _____	51
ზაზა ხეჩინაშვილი, გიორგი ლომინაშვილი ენტროპია მინიმალური მარტინგალური ზომა ორგანზომილებიან ფინანსურ სქემაში _____	52

მათემატიკური მოდელირებისა და გამოთვლითი მათემატიკის სექცია

გიორგი გელაძე, არჩილ პაპუკაშვილი, მერი შარიქაძე, მანანა თევდორაძე სხვადასხვა მეტეოროლოგიური პარამეტრების გავლენის კვლევა ამსფ-ზე მისი რიცხვითი მოდელის საშუალებით _____	53
თეიმურაზ დავითაშვილი, გიორგი რუხაია, გიორგი გელაძე, მერი შარიქაძე ეოლიური მტვრის აეროზოლების ტრანსპორტირების გზების შესწავლა კავკასიის რეგიონში (საქართველო) თანამედროვე რიცხვითი მოდელების ანსამბლის გამოყენებით _____	54

ხათუნა ელბაქიძე, ოლეგ ხარშილაძე კოსმოსური ამინდისა და დედამიწის ატმოსფერული ქარების კავშირის შესწავლა _____	55
თამაზ ვაშაყმაძე, გიორგი ბუჟღულაშვილი ეკრანირებული პუასონის განტოლების მიახლოებითი ამოხსნა გრინ-ლაგრანჟის კოეფიციენტების მეთოდით შერეულ სასაზვრო პირობებში ____	56
თამაზ ვაშაყმაძე თხელკედლიანი სტრუქტურებისთვის დაზუსტებულ თეორიათა და იერარქიულ მოდელთა აგებისა და დაფუძნების შესახებ _____	56
ნიკოლოზ კაჭახიძე, ჯემალ ფერაძე, ძელის სტატიკური მდგომარეობის აღმწერი კირხჰოფის განზოგადებული განტოლების ამოხსნის მეთოდის შესახებ _____	57
არჩილ პაპუკაშვილი, გიორგი გელაძე, მერი შარიქაძე ჯ. ბოლის ძელის განტოლების მიახლოებითი ამოხსნის შესახებ გარეგანი დარტყმის მოქმედებისას _____	58
ჯემალ როგავა, ზურაბ ვაშაკიძე კომბინირებული რიცხვითი სქემა ტიმოშენკოს ძელის არაწრფივი დინამიური სისტემის ამოხსნისთვის _____	59
თემურ ჩილაჩავა, გია კვაშილავა, გიორგი ფოჩხუა ქართული, ლაზური, მეგრული და სვანური მოსახლეობების ურთიერთქმედების პროცესის კომპიუტერული მოდელირება _____	60
ნინო ხატიაშვილი, დავით კალაძე სტოქსის სტაციონალური ღერძ-სიმეტრიული დინების შესახებ უსასრულო არეებში _____	61