

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის
სემინარის XXXIX საერთაშორისო გაფართოებული სხდომები



თეზისების კრებული

2025 წლის 23-25 აპრილი
თბილისი

საორგანიზაციო კომიტეტი

ჯაიანი გიორგი (თავმჯდომარე)
ავაზაშვილი ნიკოლოზი (თავმჯდომარის
მოადგილე)
ჩინჩალაძე ნატალია (თავმჯდომარის
მოადგილე)
ჯანგველაძე თემური (თავმჯდომარის
მოადგილე)
გულუა ბაკური (სწავლული მდივანი,
საკონტაქტო პირი, bak.gulua@gmail.com)
რუხაია მიხეილი (სწავლული მდივანი,
საკონტაქტო პირი, email:
mrukhaia@yahoo.com)
გვარამაძე მანანა (ტექნიკური მდივანი)
თევდორაძე მანანა (ტექნიკური მდივანი)
შარიქაძე მერი (ტექნიკური მდივანი)
ამაღლობელი მიხეილი
ანთიძე ჯემალი
აპლაკოვი ალექსანდრე
ახალაია გიორგი
ბაასი მათიას (ავსტრია)
ბაბილუა პეტრე
ბაკურაძე მალხაზი
გიორგაძე გრიგორი

გოგინავა უშანგი
გოგოლაძე ლერი
დავითაშვილი თეიმურაზი
დანელია ანა
დუნდუა ბესიკი
ვაშაყმაძე თამაზი
ვეფხვაძე თეიმურაზი
თადუმაძე თამაზი
კილურაძე ზურაბი
კოპლატაძე რომანი
ნადარაია ელიზბარი
ნატროშვილი დავითი
ომანაძე როლანდი
პაპუკაშვილი არჩილი
როგავა ჯემალი
ფურთუხია ომარი
ყიფიანი არჩილი
შავაძე თეა
შავგულიძე ქეთევანი
ხარაზიშვილი ალექსანდრე
ხარიბეგაშვილი სერგო
ხიმშიაშვილი გიორგი

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ილია
ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სემინარის XXXIX
გაფართოებული სხდომების თეზისების კრებული დაყოფილია 10 თავად, სექციების
მიხედვით.

თეზისების შინაარსზე პასუხისმგებელია შესაბამისი სექციის ხელმძღვანელობა,
ავტორთა წილ.

მათემატიკის საფუძვლებისა და მათემატიკური ლოგიკის სექცია

ხელმძღვანელები – როლანდ ომანაძე, ალექსანდრე ხარაზიშვილი თანახელმძღვანელი
– არჩილ ყიფიანი

კონსტანტებით წარმოქმნილი თავისუფალი ტემპორალური გოედელის ალგებრები

ფრიდონ ალშიბაია¹, რევაზ გრიგოლია²

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ვ. ჭავჭავაძის სახელობის კიბერნეტიკის
ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: palshibaia@yahoo.com

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ვ. ჭავჭავაძის სახელობის კიბერნეტიკის
ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: revaz.grigolia@tsu.ge

მოდალობით გამდიდრებული ინტუიციონისტური ლოგიკა mHC , რომელიც აღწერილი იქნა ლეო ესაკიას მიერ [1], არის ინტუიციონისტური ლოგიკის Int გამდიდრება მოდალური ოპერატორით $\Box$. ტემპორალური ინტუიციონისტური ლოგიკა tHC განსაზღვრულია mHC -ის ბაზისზე, „შექცეული“ მოდალური ოპერატორის $\Diamond$ დამატებით, რომელიც აკმაყოფილებს შემდეგ აქსიომებს: $t1) p \rightarrow \Box \Diamond p$, $t2) \Diamond \Box p \rightarrow p$, $t3) \Diamond(p \vee q) \rightarrow (\Diamond p \vee \Diamond q)$, $t4) \Diamond \perp \rightarrow \perp$ და დამატებითი გამოყვანის წესი: $p \rightarrow q / \Diamond p \rightarrow \Diamond q$.

mHC -ის ალგებრული მოდელები არიან fHA -ალგებრები (ფრონტალური ჰეიტინგის ალგებრები). [2]-ში ჰეიტინგის ორადობა გაფართოებულია fHA კატეგორიისთვის.

ტემპორალური ჰეიტინგის ალგებრების tHA (ტემპორალური ინტუიციონისტური ლოგიკების ალგებრული მოდელები) მრავალსახეობა შესწავლილი იქნა შემდეგი შედეგებით [3]:

- ტემპორალური ჰეიტინგის ალგებრების თეორიის განვითარება.
- ჰეიტინგის (ესაკიას) ორადობის გაფართოება tHA კატეგორიისთვის.
- ქვეპირდაპირად დაუშლადი და მარტივი tHA ალგებრების დახასიათება.

ჩვენ შევისწავლეთ ტემპორალური გოედელის ალგებრები tGA მრავალსახეობაში, რომლებიც წარმოადგენენ ტემპორალურ tHA -ჰეიტინგის ალგებრებს წრფივობის პირობა:

$$(x \rightarrow y) \vee (y \rightarrow x) = 1.$$

აღწერილია 0-წარმომქნელიანი თავისუფალი ალგებრები tGA მრავალსახეობაში.

ლიტერატურა

1. L. Esakia, The modalized Heyting calculus: a conservative modal extension of the intuitionistic logic. Journal of Applied Non-Classical Logics **16** (2006), 349–346.

2. Jose L. Castiglioni, Marta S. Sagastume, Hernan J. San Martin, On frontal Heyting algebras. Reports on Mathematical Logic **45** (2010), 201–224.
3. Phridoni Alshibaia, On algebraic analysis of temporal Heyting calculus. International Workshop on Topological Methods in Logic IV, <https://rmi.tsu.ge/tolo4/pres/Alshibaia.pdf>.

რამდენიმე შენიშვნა წრეწირების მიმართ მაზურკევიჩის ტიპის სიმრავლეების შესახებ

ლიკა ბერაია

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: likaberaia444@gmail.com

1914 წელს ს. მაზურკევიჩმა დაამტკიცა R^2 ევკლიდურ სიბრტყეზე ისეთი პარადოქსული წერტილოვანი სიმრავლის არსებობა, რომელიც ამ სიბრტყეში მდებარე ყოველ წრფესთან ზუსტად ორ წერტილში იკვეთება [1].

ამ თეორემამ დასაბამი დაუდო სიღრმისეულ კვლევებს, რომლებშიც შესწავლილია მაზურკევიჩის სხვადასხვა ტიპის სიმრავლეთა არსებობისა და ზომადობის საკითხები. მაზურკევიჩის ტიპის სიმრავლეთა ერთ-ერთ ვერსიას წარმოადგენს მაზურკევიჩის ტიპის სიმრავლეები წრეწირთა ოჯახების მიმართ.

კერძოდ, $X \subset R^2$ სიმრავლეს ეწოდება მაზურკევიჩის ტიპის სიმრავლე ამ სიბრტყის ყველა წრეწირთა ოჯახის მიმართ, თუ $\exists n \in N, n \geq 3$ ისეთი, რომ $\forall c \subset R^2$ $card(X \cap c) = n$ (სადაც c აღნიშნავს ნებისმიერ წრეწირს სიბრტყეზე).

ამ ტიპის წერტილოვან სიმრავლეთა გეომეტრიული (ტოპოლოგიური) თვისებები და მათ ზომადობასთან დაკავშირებული საკითხები შესწავლილია მთელ რიგ ნაშრომებში (იხ., მაგალითად, [2-5]).

მოხსენებაში წარმოდგენილია ზოგიერთი დებულება წრეწირთა ოჯახების მიმართ მაზურკევიჩის ტიპის სიმრავლეების არსებობისა და ზომადობის შესახებ.

ლიტერატურა

1. Mazurkiewicz, S. Sur un ensemble plan qui a avec chaque droite deux et seulement deux points communs. C. R. Varsovie, **7** (1914) 382–384.
2. Kharazishvili, A., Tetunashvili, T. On some coverings of the Euclidian plane with pairwise congruent circles. Amer. Math. Monthly, **117**, 5 (2010), 414–423.
3. Kharazishvili, A. Notes on Real Analysis and Measure Theory. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2022, 1–260.
4. Kharazishvili, A. Mazurkiewicz sets of universal measure zero. Trans. of A. Razmadze Math. Inst., **176**, 1 (2022), 139–141.
5. Beraia, L., Tetunashvili T. Some properties of Mazurkiewicz type sets. Trans. of A. Razmadze Math. Inst., **177**, 3 (2023), 491–493.

უსასრულოგანზომილებიან წრფივ პოლონურ სივრცეებში ინვარიანტული ზომების ზოგიერთი თვისების შესახებ

მარიამ ბერიაშვილი^{1,3}, ალექსი კირთაძე^{2,3}

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: Mariam_beriashvili@yahoo.com

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი

³საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: Kirtadze2@yahoo.com

ცნობილია, რომ უსასრულოგანზომილებიან წრფივ პოლონურ X სივრცეში არსებობენ არანულოვანი, σ -სასრულო ზომები, რომლებიც არიან ინვარიანტულები მოცემული X პოლონური სივრცის რაიმე მკვრივი ქვესივრცის მიმართ. (იხ. [1], [2]) მოხსენებაში განხილული იქნება ასეთი ზომების ზოგიერთი თვისება.

ლიტერატურა

1. Beriashvili, M. The cardinality number of the certain classes of measures. Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute, **176**, 2 (2022), 269-27
2. Gill, T., Kirtadze, A., Pantsulaia, G., Plichko, A. Existence and uniqueness of translation invariant measures in separable Banach spaces. Funct. Approx. Comment. Math., **50**, 2 (2014), 401- 419.

ტოლფერდა მრავალწახნაგების ზოგიერთი ვერსიის შესახებ

შალვა ბერიაშვილი¹, თამარ ქასრაშვილი²

¹ილიას სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: Shalva.beriashvili@iliauni.edu.ge

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: tamarkasrashvili@yahoo.com

ცნობილია, რომ ტოლფერდა მრავალწახნაგების რამოდენიმე განსხვავებული განმარტება არსებობს კომბინატორულ და დისკრეტულ გეომეტრიაში (იხ. მაგალითად, [1], [2]). მოხსენებაში განხილული იქნება ტოლფერდა მრავალწახნაგების ზოგიერთი ვერსია და წარმოვადგენთ რამოდენიმე ამოცანას, რომელიც უშუალოდ უკავშირდება სამგანზომილებიან ევკლიდურ სივრცეში მდებარე ამოზნექილი ტოლფერდა მრავალწახნაგების კომბინატორულ თვისებებს. კერძოდ, ჩვენი ყურადღება

გამახვილებული იქნება ასეთი მრავალწახნაგების კავშირზე ეილერის კლასიკურ ფორმულასთან.

ლიტერატურა

1. Kharazishvili, A. Elements of Combinatorial Geometry. Part II, The Publishing House of Georgian National Academy of Sciences, Tbilisi, 2020.
2. Kharazishvili, A. Introduction to Combinatorial Methods in Geometry, Boca Raton. FL:CRC Press, 2024.

ტრანსფინიტური ინდუქციის პრინციპი და ზოგიერთი პარადოქსული წერტილოვანი სიმრავლე

თენგიზ ტეტუნაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის

ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
emails: t.tetunashvili@gtu.ge; tengiztetunashvili@gmail.com

ტრანსფინიტური ინდუქციის პრინციპზე დაყრდნობით ნაჩვენებია სხვადასხვა ტიპის პარადოქსული წერტილოვანი სიმრავლეების არსებობა (იხ. [1], [2], [3], [4]). ყურადღება გამახვილებულია შესაბამისი ტრანსფინიტური კონსტრუქციების სირთულეზე, რომელიც დამოკიდებულია ამორჩევის აქსიომის (AC) ამა თუ იმ ფორმის გამოყენებაზე. განხილულია აღნიშნული სიმრავლეების გეომეტრიული და ტოპოლოგიური თვისებები, მათი ზომადობის საკითხი და მათი ღრმა ურთიერთკავშირები. მოყვანილია მათემატიკურ ანალიზში პარადოქსული წერტილოვანი სიმრავლეების გამოყენების ზოგიერთი მაგალითი.

ლიტერატურა

1. Oxtoby, J. C. Measure and Category: A Survey of the Analogies between Topological and Measure Spaces, Springer; 2nd ed. 1980. Softcover reprint of the original 2nd ed. 1980 edition.
2. Gelbaum Bernard R., Olmsted John M. H. Counterexamples in Analysis. Dover Publications, 2003.
3. Kharazishvili, A. B. Strange Functions in Real Analysis. Chapman and Hall/CRC; 3rd edition, 2018.
4. Morgan John C. Point Set Theory. CRC Press; 1st edition, 1990.

უსასრულო ასიმეტრიული ხეები და მათი ზოგიერთი გამოყენება

მარიამ გობრონიძე¹, არჩილ კიფიანი²

¹ბიზნესისა და ტექნოლოგიების უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

email: gobronidzemariami@gmail.com

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის

ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო

email: archil.kipiani@tsu.ge

ნაშრომში განხილულია ნებისმიერი უსასრულო სიმძლავრის მქონე ასიმეტრიული ხეების (ასიმეტრიული ეწოდება ხეს, რომელსაც გააჩნია მხოლოდ ტრივიალური ავტომორფიზმი) არსებობისა და მათი რაოდენობის საკითხი. მოყვანილია ასიმეტრიული ხეების კონსტრუქციის სხვადასხვა მაგალითი [1], [2]. დაწვრილებით არის განხილული ლ. ბაბაის კონსტრუქცია. დამტკიცებულია, რომ არსებობს ისეთი ურთიერთარაიზომორფული უსასრულო ასიმეტრიული ხეების მაქსიმალური რაოდენობა, რომელთაც გააჩნიათ მხოლოდ წინასწარ დასახელებული ორი, ერთმანეთისაგან განსხვავებული, ხარისხის მქონე წვეროები. ნაჩვენებია ასიმეტრიული ხეების ეფექტური გამოყენება ულამის ამოცანისა და კიონიგის ამოცანის [3] ამოხსნაში და კონტინუუმისა და განზოგადებული კონტინუუმის ჰიპოთეზების ექვივალენტური წინადადებების ფორმულირებებში.

ლიტერატურა

1. L. Babai. Asymmetric trees with two prescribed degrees. Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungaricae. Tomus **29** (1-2) (1977), 193-200.
2. Kipiani, A. Uniform sets and isomorphisms of trees, preprint no. 107, Mathematical Institute, University of Wrocław, 1989.
3. D. König. Theorie der endlichen und unendlichen Graphen. Band 6, mit einer abhandlung von L. Euler. BSB B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1986.

შენიშვნები კონიუნქციურ დაყვანადობაზე

ირაკლი ჩიტაია, როლანდ ომანაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო
emails: i.chitaia@gmail.com, roland.omanadze@tsu.ge

ვთქვათ $A, B \subseteq \omega$, სადაც ω არის ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლე. A სიმრავლე კონიუნქციურად დაყვანადია (ან c -დაყვანადია) B სიმრავლეზე (სიმბოლურად: $A \leq_c B$) (იხ. [1]), თუ არსებობს ისეთი გამოთვლადი ფუნქცია f , რომ ყოველი $x \in \omega$ -სთვის, $x \in A \Leftrightarrow D_{f(x)} \subseteq B$, სადაც D_u სასრული სიმრავლეა კანონიკური ნომრით u . A სიმრავლე არის c -სრული, თუ A არის რეკურსიულად გადათვლადი (რ.გ.) და $(\forall B)(B \text{ რ.გ.} \Rightarrow B \leq_c A)$.

გამოყენებული ცნებები და აღნიშვნები სტანდარტულია და შეიძლება მოიძებნოს [2]-ში და [3]-ში. ამ მოხსენებაში ჩვენ წარმოვადგენთ შემდეგ შედეგებს:

თეორემა 1. რ.გ. A სიმრავლე არის c -სრული მაშინ და მხოლოდ მაშინ როდესაც არსებობს A სიმრავლის ისეთი ქვესიმრავლე B და არაცარიელი სიმრავლეების ძლიერი ცხრილი $\{D_{f(i)}\}_{i \in \omega}$, რომ

- (i) $(\forall i)(D_{f(i)} - B \neq \emptyset)$;
- (ii) $A = B \cup (\cup_{i \in I} D_{f(i)})$, სადაც $I = \{i: D_{f(i)} \cap W_i \neq \emptyset\}$.

თეორემა 2. არსებობს ისეთი რ.გ. სიმრავლე, რომელიც ერთდროულად არის Q -სრული და bd -სრული, მაგრამ არ არის c -სრული.

მადლობა. კვლევა განხორციელებულია შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით [გრანტის ნომერი: N FR-22-16379. ალგორითმული დაყვანადობები და ალგებრული სტრუქტურები].

ლიტერატურა:

1. Jockusch C.G.Jr.: Reducibilities in Recursive Functions Theory. PhD Thesis, Massachusetts 1. Institute of Technology. USA, Massachusetts, 1966.
2. Rogers H.: Theory of Recursive Functions and Effective Computability. MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1967.
3. Soare R.I.: Recursively Enumerable Sets and Degrees. Springer-Verlag, Berlin, 1987.

კ. კუნენის თეორემის ზოგიერთი გამოყენების შესახებ

მარიკა ხაჩიძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: m.khachidze1995@gmail.com

კ. კუნენის ცნობილი შედეგიდან (იხილეთ [1], [2]) გამომდინარეობს, რომ R -ზე არსებობს ისეთი X სიმრავლე, რომ $card(X) < c$ და $\lambda^*(X) > 0$.

ამ ფაქტზე დაყრდნობით მტკიცდება, რომ R -ზე არსებობს თითქმის R -არაინვარიანტული სიმრავლე, რომლის ზომადი გარსი არ არის თითქმის R -ინვარიანტული (იხილეთ [3]).

ლიტერატურა

1. Kunen, K. Inaccessibility properties of cardinals. Ph.D. Thesis, Department of Mathematics. Stanford University, 1968.
2. Kharazishvili, A.B., Nonmeasurable Sets and Functions. Elsevier, Amsterdam, 2004.
3. Khachidze, M. On measurable hulls and measurable Kernels of almost invariant sets. Trans. A. Razmadze Math. Inst., **177**, 1 (2023), 139-141.

გამოყენებითი ლოგიკისა და პროგრამირების სექცია

ხელმძღვანელი – მათეას ზაასი (ავსტრია)

თანახელმძღვანელები – ჯემალ ანთიძე, ბესიკ დუნდუა, მიხეილ რუხაია

ურბანული გარემოს გარდაქმნა: ხელოვნური ინტელექტის გადაწყვეტები ქალაქის დაგეგმვისა და მართვისთვის

მარიამ დედაბრიშვილი¹, თამთა ლეკიშვილი², ქეთევან დუნდუა³,
იუქსელ ექინჯი⁴

¹შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: dedabrishvili.mari@gmail.com

²აღმოსავლეთ ევროპის უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: tamta.lekishvili@gmail.com

³სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: dunduak@yahoo.com

⁴პორტსმუთის უნივერსიტეტი, პორტსმუთი, გაერთიანებული სამეფო
email: yuksel.ekinci@port.ac.uk

ნაშრომი იკვლევს ხელოვნური ინტელექტის (AI) ინტეგრაციას ურბანული დაგეგმვის პროცესებში, კონკრეტულად კი ფოკუსირებულია ჭკვიანი ქალაქის სტრატეგიების განვითარებაზე თბილისის მაგალითზე. AI-ის, მანქანური სწავლებისა და მონაცემთა მეცნიერების შესაძლებლობების გამოყენებით, ნაშრომი მიზნად ისახავს ინოვაციური და პრაქტიკული ჩარჩოს შემუშავებას სტრატეგიული ურბანული განვითარების, ინფრასტრუქტურის დაგეგმვის, ჰაერის დაბინძურების პროგნოზირებისა და პოლიტიკის დონეზე შესაბამისი გადაწყვეტილებების მიღების მხარდასაჭერად.

ინტერდისციპლინარული მიდგომა აერთიანებს ექსპერტებს კომპიუტერული მეცნიერებიდან, გარემოს მეცნიერებიდან, ურბანული დაგეგმვიდან და ბიზნეს ანალიტიკიდან. რეალური მონაცემთა ბაზების გამოყენებით – რომელშიც შედის გეოსივრცითი, დემოგრაფიული, გარემოსდაცვითი და ღია მონაცემები – კვლევა იყენებს მოწინავე მანქანური სწავლების (ML) მოდელებს ისეთი ურბანული გამოწვევების გადასაჭრელად, როგორებიცაა ქალაქის ინფრასტრუქტურის ოპტიმალური განთავსება, მოძრაობის ნაკადების ოპტიმიზაცია და ჰაერის დაბინძურების პროგნოზირება.

ნაშრომის მნიშვნელოვან ღირებულებას წარმოადგენს AI-ის როლის უკეთესი გააზრება ინფრასტრუქტურის დაგეგმვასა და მართვაში, ასევე მონაცემებზე დაფუძნებული ჩარჩოს შექმნა ჭკვიანი ურბანული გადაწყვეტილებების მისაღებად, რომელიც საპილოტე ფორმატის ფარგლებში განხორციელდება თბილისის მაგალითზე.

კვლევა ხელს უწყობს საქართველოს გრძელვადიან სოციალურ, ეკონომიკურ და გარემოსდაცვით განვითარებას ჭკვიანი ქალაქის პრაქტიკების დანერგვის გზით და პოლიტიკის დონეზე გადაწყვეტილებების მიმღებ პირებს აწვდის პრაქტიკულ ანალიზზე დაფუძნებულ ხედვებს.

მადლობა: კვლევა ხორციელდება შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით [FR-24-9597, „ჭკვიანი ქალაქის დაგეგმვა და მართვა ხელოვნური ინტელექტის გამოყენებით“].

მაღალი რიგის თარგების უნიფიკაცია მსგავსების მიმართებით

ბესიკ დუნდუა¹, თემურ კუცია²

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: bdundua@gmail.com

²სიმბოლური გამოთვლების კვლევითი ცენტრი, ლინცი, ავსტრია
email: tkutsia@gmail.com

მაღალი რიგის თეორიებისა და არამკაფიო ლოგიკის კომბინაცია შეიძლება სასარგებლო იყოს გადაწყვეტილებების მიღებაში, როდესაც საჭიროა აბსტრაქტული ფუნქციებისა და პრედიკატების გათვალისწინება, სადაც ზუსტი შესაბამისობა ხშირად იშვიათია ან აუცილებელი არ არის. ამ მოხსენებაში ჩვენ განვიხილავთ მსგავსების მიმართებების ინტეგრაციას მაღალი რიგის თარგების უნიფიკაციაში და შევისწავლით მიღებული ალგორითმის თვისებებს.

კიბერ-ფიზიკური სისტემების შემოწმება Maude ენაში

მიხეილ რუხაია

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის
გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: mrukhaia@logic.at

კიბერ-ფიზიკური სისტემები, მოკლედ CPS, წარმოადგენენ კონტროლერების ქსელებს, რომლებიც ურთიერთქმედებენ ან აკონტროლებენ ფიზიკურ გარემოს. CPS-ის ზოგიერთი მაგალითია მანქანები, თვითმფრინავები, სარკინიგზო სისტემები, ჭკვიანი მოძრაობის სისტემები და სხვა. ძალიან მნიშვნელოვანია, რომ CPS მუშაობდეს სწორად და უსაფრთხოდ, ამის გარანტიას კი იძლევა კომპონენტის უსაფრთხოების

ფორმალური შემოწმება. Lingua Franca (LF) არის CPS-ის დიზაინისათვის შექმნილი კოორდინირებული გარემო, სადაც შესაძლებელია CPS კომპონენტის აგება და ცალკეული თვისებების შემოწმება.

Maude არის გადაწერის ლოგიკაზე დაფუძნებული პროგრამირების ენა, რომელსაც გააჩნია ფორმალური შემოწმების მძლავრი მექანიზმი. ამ მოხსენებაში ვისაუბრებთ LF მოდელების დაპროგრამებაზე Maude ენაში და მათი ფორმალური ანალიზის შესახებ.

მადლობა. ეს მოხსენება წარმოადგენს NATO SPS პროექტის “სიმბოლური გადაწერის მეთოდები კრიტიკული კიბერ-ფიზიკური სისტემების უსაფრთხოების-თვის” (G6133) ფარგლებში შესრულებული კვლევის ნაწილს და მინდა მადლობა გადავუხადო პროექტის ყველას მონაწილეს.

როგორ შეცვალა ხელოვნურმა ინტელექტმა შრომის ბაზარი

ლია კურტანიძე

საქართველოს ეროვნული უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: L.kurtanidze@seu.edu.ge

ხელოვნურმა ინტელექტმა მნიშვნელოვნად შეცვალა შრომის ბაზარი ამოცანების ავტომატიზაციით, ეფექტიანობის ზრდით და სამუშაო მოთხოვნების შეცვლით. AI-ზე დაფუძნებულმა ტექნოლოგიებმა ჩაანაცვლეს განმეორებადი და ხელით შესრულებადი სამუშაოები ისეთ ინდუსტრიებში, როგორიცაა წარმოება, მომხმარებელთა მომსახურება და მონაცემთა შეყვანა, რაც სამუშაო ადგილების დაკარგვას იწვევს. თუმცა, ხელოვნურმა ინტელექტმა ასევე შექმნა ახალი შესაძლებლობები ისეთ სფეროებში, როგორიცაა არის მანქანური სწავლება, კიბერუსაფრთხოება, AI-ის ეთიკა და სხვა, რაც მოითხოვს თანამედროვე ციფრულ უნარებს. შრომის ბაზარი ახლა მოითხოვს ადაპტაციას, უწყვეტ სწავლებას, ადამიანებსა და AI-ს შორის თანამშრომლობას. მიუხედავად იმისა, რომ ხელოვნური ინტელექტი ზრდის პროდუქტიულობას და ინოვაციას, ის ასევე აჩენს შეშფოთებას სამუშაოს უსაფრთხოებასთან დაკავშირებით და მიუთითებს კვალიფიკაციის ამაღლების აუცილებლობაზე, რათა დასაქმებული დარჩეს კონკურენტუნარიანი განვითარებადი დასაქმების სფეროში.

მადლობა. კვლევა განხორციელდა საქართველოს ეროვნული უნივერსიტეტის მხარდაჭერით.

ლიტერატურა

1. "Economics of ChatGPT: a labor market view on the occupational impact of artificial intelligence", Journal of Electronic Business & Digital Economics, **3**, 2 (2024), 100-116.
2. Benjamin, M. The Impact of AI and RPA on Workforce Transformation. (2025).
3. Broady, K.E., Booth-Bell, D. & Meeks, A. Automation, Artificial Intelligence, and Job Displacement in the US, (2025).

ქართულ↔ინგლისური გრამატიკული ლექსიკონის ონლაინ ინპლემენტაცია

ლიანა ლორთქიფანიძე, ანა ჩუტკერაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის არჩილ ელიაშვილის სახელობის მართვის
სისტემების ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
emails: liana.lortkipanidze@tsu.ge; annachutkerashvili@gmail.com

ბუნებრივი ენის დამუშავების (NLP) სისტემების უმეტესობა ხორციელდება კონტროლირებადი დასწავლის მეთოდების გამოყენებით [1], [2], [3]. რადგან ეს სისტემები მოითხოვს დიდი რაოდენობის ანოტირებულ მონაცემებს, იგი გამოიყენება იმ ენებისთვის, რომლებისთვისაც უკვე შექმნილია დიდი ტექსტური კორპუსები. დღეს არსებული მცირე რაოდენობის ქართული ანოტირებული კორპუსები არაა საკმარისი NLP სისტემების განსახორციელებლად.

მოხსენება შეეხება ქართულ-ინგლისური გრამატიკული ონლაინ ლექსიკონის შემუშავებას. რისთვისაც გამოყენებულ იქნა კომპილირების სისტემა, რომელიც თავდაპირველად დაეყრდნობა თანამედროვე ქართული და შესაბამისი ინგლისური ენის გრამატიკულ ლექსიკონს, როგორც ბაზისური ლექსიკის ბირთვს. სისტემა მომხმარებლის მიერ მოწოდებულ ნებისმიერ სიტყვაფორმას უპასუხებს შესაბამისი ლემის სრული პარადიგმით.

მადლობა. ნაშრომი განხორციელდა შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით (გრანტი FR-21-3509)

ლიტერატურა

1. Weiss, D., Alberti, C., Collins, M., and Petrov, S. Structured training for neural network transition-based parsing. CoRR, abs/1506.06158, 2015.
2. Straka, M., Hajic, J., and Strakova, J. UDPipe: trainable pipeline for processing CoNLL-U files performing tokenization, morphological analysis, POS tagging and parsing. Proceedings of the 10th International Conference on Language Resources and Evaluation (LREC 2016), Portoroz, Slovenia. European Language Resources Association. 2016
3. Ballesteros, M., Goldberg, Y., Dyer, C., and Smith, N. A. Training with exploration improves a greedy stacklstm parser. Proceedings of the 2016 Conference on Empirical

Methods in Natural Language Processing, pages, Austin, Texas, November. 2016, 2005-2010.

τ -ლოგიკის ზოგიერთი თვისების მქონე ფორმულის ზოგადმართებულობის დადგენის ალგორითმი

ლალი ტიბუა

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: ltibua@gmail.com

აგებულია τ -ლოგიკის ზოგიერთი თვისების მქონე ფორმულის
ზოგადმართებულობის დადგენის ალგორითმი, რომელიც ორიენტირებულია
თეორემათა ავტომატური მტკიცებისათვის.

შემოტანილია მოცემულ ფორმულასთან მიკავშირებული პროპოზიციული
მეტაფორმულის, პროპოზიციული ტავტოლოგიური ფორმის, ტავტოლოგიური
ფორმის ცნებები.

ალგებრისა, გეომეტრიის და რიცხვთა თეორიის სექცია

ხელმძღვანელები – მიხეილ ამაღლობელი, მალხაზ ბაკურაძე, თეიმურაზ ვეფხვაძე,
გიორგი ხიმშიაშვილი
თანახელმძღვანელი – ქეთევან შავგულიძე

2-წარმომქმნილიანი თავისუფალი 2-საფეხურიანი ნილპოტენტური R -ჯგუფის სტრუქტურა როცა $R = Q[t]$

მიხეილ ამაღლობელი¹, თენგიზ ბოკოლავაძე², ალექსეი მიასნიკოვი³

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
მათემატიკის დეპარტამენტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი,
თბილისი, საქართველო
email: mikheil.amaglobeli@tsu.ge

²ა. წერეთლის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი,
ქუთაისი, საქართველო
email: Tengiz.bokelavadze@atsu.edu.ge

³სტევენსის ტექნოლოგიების ინსტიტუტი, ჰუბუკენ, აშშ
email: amiasnikov@gmail.com

ვთქვათ R -ნებისმიერი ასოციაციური რგოლია ერთეულით 1. ამ რგოლის საშუალებით ჩვენ განვსაზღვრავთ R ჯგუფთა ახალ კატეგორიას სამი სხვადასხვა გზით. ამისათვის გავამდიდროთ $L_{gr} = \{\bullet, {}^{-1}, e\}$ ჯგუფის ენა შემდეგნაირად: $L_{gr}^R = L_{gr} \cup \{f_\alpha(g) | \alpha \in R\}$, სადაც $f_\alpha(g)$ - უნარული ოპერაციაა აღნიშვნით $f_\alpha(g) = g^\alpha \forall g \in G$. სიმრავლეს G -ს ვუწოდოთ ლინდონის ხარისხოვანი R ჯგუფი [1], თუ მასზე განსაზღვრულია ოპერაციები $\bullet, {}^{-1}, e, f_\alpha(g)$ და შესრულებულია აქსიომები

- 1) ჯგუფის აქსიომები;
- 2) $g^1 = g, g^0 = e, e^\alpha = e,$
 $g^{\alpha+\beta} = g^\alpha g^\beta, g^{\alpha\beta} = (g^\alpha)^\beta;$
- 3) $(h^{-1}gh)^\alpha = h^{-1}g^\alpha h.$

სამწუხაროდ, ლინდონის ხარისხოვანი აბელური R ჯგუფები ყოველთვის არ არიან R მოდულები, რაც ამნელებს ამ ცნების გამოყენებას არა თავისუფალი ჯგუფების შემთხვევაში.

ნაშრომში [2] ა. მიასნიკოვმა და ვ. რემესლენიკოვმა შემოიტანეს ახალი M_R (MR -ჯგუფთა) კატეგორია, რომელშიც ლინდონის აქსიომებზე დამატებული აქსიომათა სერია, სახელდრობ, ქვაზიიგივობების შემდეგი სერია:

(MR -აქსიომა) $\forall g, h \in G [g, h] = e \rightarrow (gh)^\alpha = g^\alpha h^\alpha, \alpha \in R,$ სადაც $[g, h] = g^{-1}h^{-1}gh.$

ცხადია, რომ ყველა R -მოდული აკმაყოფილებს MR -აქსიომას.

ნილპოტენტური ჯგუფებისათვის და ბინომიალური რგოლებისათვის ფ. ჰოლმა [3]-ში შემოიტანა R -ჯგუფთა კატეგორია, რომელიც განსხვავდება M_R კატეგორიისაგან.

მოხსენება ეძღვნება 2-საფეხურიან ნილპოტენტურ ხარისხოვან R -ჯგუფთა (MR -ჯგუფთა) შესწავლას რაციონალურ კოეფიციენტებიან მრავალწევრთა $R = Q[t]$ რგოლისათვის. აღწერილია თავისუფალი 2-წარმომქმნელიანი 2-საფეხურიანი ნილპოტენტური R -ჯგუფები. კერძოდ, ნაჩვენებია, რომ არსებობენ 2-წარმომქმნელიანი არა სასრულად განსაზღვრული R -ჯგუფები [4].

მიღებული შედეგები იძლევა საშუალებას გამოვიკვლიოთ ძირითადი ალგორითმული პრობლემები მოცემული ჯგუფთა კლასისათვის.

ლიტერატურა

1. Lyndon, R.C. *Trans. Am. Math. Soc.* **96**, 518–633 (1960).
2. Myasnikov, A.G., Remeslennikov, V.N. *Sib. Math. Zh.*, **35**, 5 (1994), 1106–1118.
3. Hall, P. *The Edmonton Notes on Nilpotent Groups* (Queen Mary College, London, 1957).
4. Amaglobeli, M.G., Bokelavadze, T.Z., Myasnikov, A.G. Free nilpotent R -groups of class 2. *Sib. Math. Zh.* (2025, to appear).

დადებითი მთელი რიცხვების წარმოდგენა ლუწი დისკრიმინანტის ბინარული კვადრატული ფორმებით

თეიმურაზ ვეფხვაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

თბილისი, საქართველო

email: t-vepkhvadze@hotmail.com

[1]-ში სრულად არის გადაწყვეტილი ნებისმიერი ბინარული კვადრატული ფორმების სინგულარული მწკრივის განსაზღვრის საკითხი და დამტკიცებულია, რომ განზოგადებული სინგულარული მწკრივის ჯამის ნახევარი, რომელიც შეესაბამება დადებით ბინარულ ფორმას, უდრის ამ ფორმის შემცველი გვარის მიერ დადებითი მთელი რიცხვის წარმოდგენების საშუალო რაოდენობას. უფრო მეტიც, ამ ჯამის მნიშვნელობების გამოსათვლელად მიღებულია მოსახერხებელი ფორმულები. ეს გვადლევს შესაძლებლობას დავახასიათოთ დადებითი მთელი რიცხვები, რომლებიც შეიძლება წარმოდგენილი იყოს დადებითი ბინარული ფორმით. ამ ნაშრომში ჩვენ შემოგთავაზებთ ამ მეთოდის გამოყენებას კენტი დისკრიმინანტის იმ ბინარული ფორმების შემთხვევაში, რომლებიც მიეკუთვნება მრავალკლასიან გვარს.

ლიტერატურა

1. Vepkhvadze, T.V. On a formula of Siegel. Acta Arith., **40**, 2 (1982), 125-142.

“გმლ” სხეულების ქორდალური და რადიალური გაჭრების შედეგების ძირითადი განსხვავებები

ილია თავხელიძე¹, იოჰან ჰილისი², მამანტი როგავა³

¹ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
მათემატიკის დეპარტამენტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი,
თბილისი, საქართველო
email: ilia.tavkhelidze@tsu.ge

²ანტვერპენის უნივერსიტეტი, ბიო-ინჟინერიის სამეცნიერო დეპარტამენტი, ბელგია
email: johan.gielis@uantwerpen.be

³უნივერსიტეტი "გეომედი", თბილისი, საქართველო

მოხსენებაში წარმოდგენილია ძირითადი განსხვავებები “გმლ” სხეულების ქორდალური და რადიალური “დანით” გაჭრის შედეგად, ამ სხეულის რადიალურ კვეთაზე, გამოსახულ კვანძებს შორის (ანუ ბრტყელ გეომეტრული ფიგურებს შორის). ადრეულ ნაშრომებში [1-2] დეტალურადაა შესწავლილი და გაანალიზებული 3 ტიპის ქორდალური (VV, VS, SS) დანითა და 2 ტიპის რადიალური (OV და OS) დანით გაჭრის შედეგები. ამ ნაშრომში ჩვენ ვადარებთ ამგვარი გაჭრის შედეგად საწყის სხეულის რადიალურ კვეთაზე აღბეჭდილ კვანძებს და თანაც ვასკვნით, რომ რადიალური კვეთის შემთხვევაში თითქმის ყოველთვის ადგილი აქვს მეზიუსის ფენომენს. ცალკე ნაშრომი [3] ჩვენ მივუძღვენით GML სხეულის ამგვარი გაჭრისას მიღებული განსხვავებული შედეგების რაოდენობის დადგენას.

ლიტერატურა

1. Tavkhelidze, I., Gielis, J. Structure of the d_m -knives and process of cutting of GML_m^n and GTR_m^n bodies. Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, **33** (2019), 70-73.
2. Tavkhelidze, I. Geometric figures which appear after SS cutting of the GML bodies in the radial cross section. Proceedings of the Second International Symposium “Square Bamboos and the Geometree” (2023-24), 149-164.
3. Gielis, J., Tavkhelidze, I. The general case of cutting of Generalized Möbius-Listing surfaces and bodies. 4Open, **3**, 7 (2020).

$T(Vn)$ მხები ფიბრაციის ტენზორული სტრუქტურები

გოჩა თოდუა

ევროპის უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

email: todua.gocha@eu.edu.ge

განვიხილოთ მხები ფიბრაცია $T(Vn)$ ლოკალური კოორდინატებით (x^i, y^i) , სადაც x^i არის Vn ბაზის კოორდინატები, ხოლო y^i კი - $T_z, z \in T(Vn)$ შრის კოორდინატები. $T(Vn)$ ფიბრაციის წერტილების ლოკალური კოორდინატები გარდაიქმნებიან შემდეგნაირად [1]:

$$\bar{x}^i = \bar{x}^i(x^k), \bar{y}^i = x_k^i y^k.$$

დამტკიცებულია შემდეგი თეორემები:

თეორემა 1. თუ წრფივი Γ_k^i ბმულობიან $T(Vn)$ სივრცის Vn ბაზაზე მოცემულია $GL(n, R)$ -ვექტორული ველი $\xi^i(x)$, $GL(n, R)$ -კოვექტორული ველი $\eta_j(x)$, მაშინ $T(Vn)$ სივრცის მხებ ფიბრაციაში არსებობს ტენზორულ სტრუქტურათა ორი ერთპარამეტრიანი კონა, რომელთა შორის არ არის კომპლექსური სტრუქტურები.

თეორემა 2. თუ წრფივი Γ_k^i ბმულობიან $T(Vn)$ სივრცის Vn ბაზაზე მოცემულია $GL(n, R)$ -ვექტორული ველი $\xi^i(x, y)$, $GL(n, R)$ -კოვექტორული ველი $\eta_j(x, y)$, მაშინ $T(Vn)$ სივრცის მხებ ფიბრაციაში არსებობს ტენზორულ სტრუქტურათა ორი ერთპარამეტრია-ნი კონა, რომელთა შორის არ არის კომპლექსური სტრუქტურები.

ლიტერატურა

1. Todua, G. On the F structures of The space $T(Lm(Vn))$. Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute, **175**, 1 (2021), 143-147.

ექვსცვლადიანი კვადრატული ფორმებისათვის სფერულ ფუნქციათა და განზოგადებულ თეტა-მწკრივთა სივრცეების შესახებ

ქეთევან შავგულიძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,

ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო

email: Ketevan.shavgulidze@tsu.ge

ფ. გუდინგმა [1] ააგო ზოგიერთი დადებითად განსაზღვრული ბინარული კვადრატული ფორმების მიმართ სფერულ ფუნქციათა სივრცეები და გამოთვალა შესაბამის განზოგადებულ თეტა-მწკრივთა სივრცეების განზომილებები. [2]-ში მიღებულია $T(v, Q)$ სივრცის განზომილების ზედა საზღვრები ზოგიერთი r ცვლადიანი კვადრატული ფორმებისათვის. ამ ნაშრომში განხილულია ზოგიერთი ექვსცვლადიანი დადებითად განსაზღვრული დიაგონალური და არადიაგონალური კვადრატული

ფორმები, აგებულია ამ ფორმების მიმართ სფერულ ფუნქციათა სივრცეები და განხილულია შესაბამის განზოგადებულ თეტა-მწკრივთა სივრცეები.

ლიტერატურა

1. Gooding, F. Modular forms arising from spherical polynomials and positive definite quadratic forms. J. Number Theory, **9** (1977), 36-47.
2. Shavgulidze, K. On the space of generalized theta-series for certain quadratic forms in any number of variables. Mathematica Slovaca, **69**, 1 (2019), 87-98.

ნამდვილი ცვლადის ფუნქციათა თეორიის სექცია

ხელმძღვანელები – უშანგი გოგინავა, ლერი გოგოლაძე
თანახელმძღვანელი – ალექსანდრე აპლაკოვი, ანა დანელია

განზოგადებული სასრული ვარიაციის შესახებ

თეიმურაზ ახოზაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
მათემატიკის დეპარტამენტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი
თბილისი, საქართველო
email: teimuraz.akhobadze@tsu.ge

შესწავლილია სასრული ვარიაციის განზოგადებული $BA(p(n) \uparrow p, \varphi)$ კლასები [1]. გამოკვლეულია დამოკიდებულება $BA(p(n) \uparrow p, \varphi)$ კლასებს შორის სხვადასხვა φ ფუნქციისთვის. დადგენილია უწყვეტ ფუნქციათა სივრცეში უწყვეტობის ω მოდულისთვის $H^\omega \subset BA(p(n) \uparrow \infty, \varphi)$ ჩართვისთვის კრიტერიუმი [2, 3].

ლიტერატურა

1. Akhobadze, T. A generalization of bounded variation. Acta Math. Hungar., **97** (2002), 223-256.
2. Goginava, U. Relations between some classes of functions. Sci. Math. Jpn., **53**, 2 (2001), 223-232.
3. Akhobadze, T. Relations between H^ω , $v[v]$ and $BA(p(n) \uparrow \infty, \varphi)$ classes of functions. Bull. Georgian Acad. Sci., **164**, 3 (2001), 433-435.

ფურიეს ზოგადი მწკრივების კრებადობისა და შეჯამებადობის შესახებ

ლერი გოგოლაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
მათემატიკის დეპარტამენტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი
თბილისი, საქართველო
email: lgogoladze1@hotmail.com

მიღებულია საკმარისი პირობები ფურიეს ზოგადი მწკრივების თითქმის ყველგან კრებადობის, ჩეზაროს მეთოდით შეჯამებადობისა და უპირობოდ კრებადობისათვის. ისინი ეკვივალენტურია პირობებისა, მენშოვ-რადემახერის, მენშოვისა და ორლიჩის თეორემებში.

შეუღლებული ფუნქციები და წილადური რიგის სიგლუვის მოდული

ანა დანელია

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
მათემატიკის დეპარტამენტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი,
თბილისი, საქართველო
email: ana.danelia@tsu.ge

სიგლუვის მოდულები მნიშვნელოვან როლს თამაშობენ აპროქსიმაციის თეორიაში, ფურიეს ანალიზსა და მათ გამოყენებებში. მოცემული f ფუნქციისთვის ისინი ადგენენ ამ ფუნქციის სიგლუვის ხასიათსგარკვეული რიგის სხვაობის საშუალებით.

წარმოდგენილ მოხსენებაში ჩვენ ვიხილავთ L სივრცეში მრავალი ცვლადის შეუღლებული ფუნქციის წილადური რიგის სიგლუვის მოდულის ყოფაქცევას, თუ თავდაპირველი ფუნქციის ყოფაქცევა ცნობილია. მიღებულია პირდაპირი შეფასებები და შესაბამისი მაგალითებით დადგენილია ამ შეფასებების სიზუსტე.

ფურიეს ზოგადი მწკრივების კრებადობის საკითხი $Lip\alpha$ ($0 < \alpha < 1$) კლასის ფუნქციებისათვის

გიორგი თუთბერიძე^{1,2}, ვახტანგ ცაგარეიშვილი¹, გიორგი ცაგარეიშვილი¹

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
თბილისი, საქართველო

²საქართველოს უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
emails: g.tutberidze@ug.edu.ge, giorgi.tutberidze@tsu.ge, : cagare@ymail.com,
giorgicagareishvili7@gmail.com

ბანახმა აჩვენა [1], რომ ძლიერ დიფერენცირებადობის პირობები ფუნქციაზე სულაც არ უზრუნველყოფს მისი ფურიეს მწკრივების თითქმის ყველგან კრებადობას ორთონორმალური სისტემების (ONS) მიმართ. პირიქით, კარგადაა ცნობილი, რომ მენშოვ-რადმახერის თეორემა საკმარის კრიტერიუმს იძლევა ორთონორმალური მწკრივების თ.ყ. კრებადობისთვის.

ამ ნაშრომის მთავარი მიზანია გამოიკვლიოს ზოგადი ფურიეს მწკრივები $Lip\alpha$ კრებადობის საკითხები, როდესაც $0 < \alpha < 1$. კერძოდ, ჩვენ ვიპოვეთ სპეციალური პირობები ორთონორმალური სისტემის ფუნქციებისთვის, რომლისთვისაც $Lip\alpha$ კლასის ფუნქციების ფურიეს მწკრივები კრებადია. დადგენილია, რომ მიღებული პირობები გარკვეული გაგებით საუკეთესოა.

ლიტერატურა

1. Banach, S. Sur la divergence des séries orthogonales. Studia Mathematica, **9** (1940), 139-155. DOI: 10.4064/sm-9-1-139-155.
2. Gogoladze, L., Tsagareishvili, V. Some classes of functions and Fourier coefficients with respect to general orthonormal systems. Proc. Steklov Inst. Math., **280** (2013), 156-168. <https://doi.org/10.1134/S0081543813010100>.
3. Tsagareishvili, V., Tutberidze, G., Cagareishvili, G. Unconditional convergence of general Fourier series, Publicationes Mathematicae Debrecen (to appear).

გადანაცვლებული ორმაგი ბლოკებში ორთონორმირებული სისტემების შესახებ

გივი ნადიბაიძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მათემატიკის
დეპარტამენტი. თბილისი, საქართველო
email: givi.nadibaidze@tsu.ge

ვთქვათ $\{M_k\}$ და $\{N_k\}$ ნატურალურ რიცხვთა ზრდადი მიმდევრობებია და $\Delta_{p,q} = (M_p, M_{p+1}] \times (N_q, N_{q+1}]$, $(p, q \geq 1)$. ვთქვათ $\{\varphi_{mn}\}$ არის ფუნქციათა სისტემა $L^2((0,1)^2)$ -დან. $\{\varphi_{mn}\}$ სისტემას ეწოდება $\Delta_{p,q}$ -ო.ნ. სისტემა, თუ $\|\varphi_{mn}\|_2 = 1$, $m = 1, 2, \dots, n = 1, 2, \dots$ და $(\varphi_{ij}, \varphi_{kl}) = 0$, როდესაც $(i, j), (k, l) \in \Delta_{p,q}$, $(i, j) \neq (k, l)$, $(p, q \geq 1)$.

[1] -ში კერძოდ დადგენილია, რომ თუ სრულდება პირობა
$$\sum_{p,q=1}^{\infty} \frac{1}{(\log \log M_p)^2 (\log \log N_q)^2} < \infty$$
, მაშინ ნებისმიერი $\Delta_{p,q}$ -ო.ნ. სისტემისათვის

$$\sum_{m,n=1}^{\infty} a_{mn} \varphi_{mn}(x, y) \quad (1)$$

მწკრივის $(C, 1, 1)$ მეთოდით თითქმის ყველგან შეჯამებადობას $(0, 1)^2$ -ზე უზრუნველყოფს

$$\sum_{m,n=1}^{\infty} a_{mn}^2 (\log \log(m+3))^2 (\log \log(n+3))^2 < \infty \quad (2)$$

პირობა. თუ $\sum_{p,q=1}^{\infty} \frac{1}{(\log \log M_p)^2 (\log \log N_q)^2} = \infty$, მაშინ არსებობენ a_{mn} მიმდევრობა და $\Delta_{p,q}$

-ო.ნ. სისტემა $\{\varphi_{mn}\}$ ისეთი, რომ (2) პირობა სრულდება, მაგრამ (1) მწკრივის $\sigma_{mn}^{11}(x, y)$ საშუალოები განშლადია ყველგან $(0, 1)^2$ -ზე.

ახლა ჩვენ დავადგინეთ, რომ თუ სრულდება $\overline{\lim}_{p \rightarrow \infty} (M_{p+1} - M_p) = \infty$ და $\overline{\lim}_{q \rightarrow \infty} (N_{q+1} - N_q) = \infty$

პირობები, მაშინ ნებისმიერი $\Delta_{p,q}$ -ო.ნ. $\{\varphi_{mn}\}$ სისტემისათვის არსებობს ისეთი $\{\varphi_{\mu(m)\nu(n)}\}$

გადანაცვლება, რომ შესაბამისი (1) მწკრივი იქნება $(C,1,1)$ მეთოდით შეჯამებადი თ.ყ. $(0,1)^2$ -ზე. თუ $\overline{\lim}_{p \rightarrow \infty} (M_{p+1} - M_p) < \infty$ ან $\overline{\lim}_{q \rightarrow \infty} (N_{q+1} - N_q) < \infty$, მაშინ არსებობს $\Delta_{p,q}$ -ო.ნ. სისტემა $\{\psi_{mn}\}$ ისეთი, რომ მისი ნებისმიერი გადანაცვლებისათვის $(\log \log(m+3))^2 (\log \log(n+3))^2$ არ იქნება ვილის მამრავლი შესაბამისი (1) მწკრივის $(C,1,1)$ მეთოდით შეჯამებადობისათვის.

ლიტერატურა

1. Nadibaidze, G. On the summability by Cesaro methods of double series with respect to block-orthonormal systems. Analysis Mathematica, **38**, 3 (2012), 203-226.

ფუნქციათა სხვადასხვა კლასის წარმომდგენი უნივერსალური ფუნქციების არსებობისა და აპროქსიმაციული თვისებების შესახებ

შაქრო ტეტუნაშვილი^{1,2}, თენგიზ ტეტუნაშვილი^{2,3}

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

²საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

³ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
emails: s.tetunashvili@gtu.ge; stetun@hotmail.com,
t.tetunashvili@gtu.ge; tengiztetunashvili@gmail.com

ნაშრომში [1] შემოტანილია $(0,1)$ -ზე განსაზღვრული ფუნქციათა ნებისმიერი A კლასის ცალსახობის სიმრავლისა და ფუნქციათა A კლასის წარმომდგენი უნივერსალური ფუნქციის ცნებები.

კერძოდ, $E \subset (0,1)$ სიმრავლეს ვუწოდებთ ფუნქციათა A კლასის ცალსახობის სიმრავლეს, თუ A კლასის ნებისმიერი $f(x)$ და $g(x)$ ფუნქციებისათვის, რომელთათვისაც $f(x) = g(x)$, როცა $x \in E$ გამომდინარეობს, რომ $f(x) = g(x)$ ნებისმიერი $x \in (0,1)$ -სთვის, ხოლო $(0,1)$ -ზე განსაზღვრულ $F(x)$ ფუნქციას ვუწოდებთ A კლასის წარმომდგენ უნივერსალურ ფუნქციას, თუ ნებისმიერი $f(x) \in A$ -ფუნქციისათვის არსებობს A კლასის ცალსახობის E სიმრავლე ისეთი, რომ $F(x) = f(x)$ ნებისმიერი $x \in E$ -სთვის.

ამ მოხსენებაში ჩვენ განვიხილავთ $(0,1)$ -ზე განსაზღვრულ ფუნქციათა $C(0,1)$, $B_1(0,1)$, $L_1(0,1)$ და $L_0(0,1)$ კლასებს, სადაც $C(0,1)$ აღნიშნავს $(0,1)$ -ზე უწყვეტ ყველა ფუნქციათა კლასს, $B_1(0,1)$ აღნიშნავს $(0,1)$ -ზე განსაზღვრულ ბერის I კლასის ყველა

ფუნქციათა კლასს, $L_1(0,1)$ აღნიშნავს $(0,1)$ -ზე ჯამებად ყველა ფუნქციათა კლასს, ხოლო $L_0(0,1)$ აღნიშნავს $(0,1)$ -ზე ყველა ზომად და თითქმის ყველგან სასრულ ფუნქციათა კლასს.

ზემოთ მოყვანილი კლასებისათვის განხილულია უნივერსალური წარმომდგენი ფუნქციების არსებობის საკითხი.

კერძოდ, [1]-ში მოყვანილია, რომ $C(0,1)$ კლასს აქვს წარმომდგენი უნივერსალური $F(x)$ ფუნქცია.

მოხსენებაში დამტკიცებულია დებულება, საიდანაც კერძოდ გამომდინარეობს, რომ $B_1(0,1)$, $L_1(0,1)$ და $L_0(0,1)$ კლასებს არ გააჩნიათ უნივერსალური წარმომდგენი ფუნქციები. მიუხედავად ამისა ნაჩვენებია, $C(0,1)$ კლასის წარმომდგენი უნივერსალური ისეთი $F(x)$ ფუნქციის არსებობა, რომლის საშუალებით შესაძლებელია: $B_1(0,1)$ კლასის ყოველი $f(x)$ ფუნქციის აპროქსიმაცია $(0,1)$ -ის ყოველ წერტილში, $L_1(0,1)$ კლასის ყოველი $f(x)$ ფუნქციის აპროქსიმაცია $f(x)$ -ის ლებეგის ყოველ წერტილში და $L_0(0,1)$ კლასის ყოველი $f(x)$ ფუნქციის აპროქსიმაცია $(0,1)$ -ის თითქმის ყველა წერტილში.

ლიტერატურა

1. Tetunashvili, Sh., Tetunashvili, T. On universal functions representing certain classes of functions. Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute, **178**, 2 (2024), 341–343.

ფურიეს მწკრივების აბსოლუტურად კრებადობის შესახებ

თამაზ ქარჩავა¹, ალექსანდრე აპლაკოვი²

¹სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: tkarchava01@gmail.com

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
თბილისი, საქართველო
email: aleksandre.aplakovi@tsu.ge

M იყოს კლასი უწყვეტი 2π -პერიოდული ყველა ისეთი f ფუნქციისა, რომელთათვისაც არსებობს $[0, 2\pi]$ სეგმენტის ისეთი დანაწილება $0 = x_1(f) < \dots < x_{m+1}(f) = 2\pi$, რომ f არის ამოზნექილი ან ჩაზნექილი ყოველ $[x_k(f), x_{k+1}(f)]$, $k = 1, \dots, m$ სეგმენტზე.

მტკიცდება, რომ სამართლიანია შემდეგი

თეორემა 1. ვთქვათ, ფუნქცია $f \in M$ და ნებისმიერი $(x_k(f), x_{k+1}(f))$ და $(x_{k+1}(f), x_{k+2}(f))$ მოსაზღვრე ინტერვალებისათვის f ერთ-ერთ მათგანზე

ამოზნეკილია, ხოლო მეორეზე ჩაზნეკილი. მაშინ მისი ფურიეს მწკრივის აბსოლუტურად კრებადობისთვის აუცილებელია და საკმარისი $\sum_{n=1}^{\infty} \omega\left(\frac{1}{n}; f\right) \frac{1}{n}$ მწკრივის კრებადობა.

ლიტერატურა

1. Dzyadyk, V.K. Introduction to the theory of uniform approximation of function by polynomials (Russian). Nauka, Moscow, 1977.
2. Bari, NK. Trigonometric series (Russian). Gos. Isd. Fiz-Mat. Lit., Moscow, 1961.
3. Zygmund, A Trigonometric series, Cambridge University Press, 1959; Russian translation: Mir, Moscow, **1** (1965).
4. Kahane, J.P. Séries de Fourier absolument convergentes. SpringerVerlag, Berlin, 1970, Russian translation: Mir, Moscow, 1976.

კომპლექსური ანალიზისა და მისი გამოყენებების სექცია

ხელმძღვანელი – გრიგორ გიორგაძე

თანახელმძღვანელი – გიორგი ახალაია

მატრიცული ფუნქციის აპროქსიმაცია და ვექტორული ფიბრაციის კომპლექსური სტრუქტურის დეფორმაცია

გია გიორგაძე, გეგა გულაღაშვილი

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის
გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი,
თბილისი, საქართველო

emails: gia.giorgadze@tsu.ge, gega.tsu.mathematic@gmail.com

მოხსენებაში განხილული იქნება ფიქსირებული კერძო ინდექსების მქონე მატრიცული ფუნქციების სივრცის ტოპოლოგიური სტრუქტურა და რიმანის სფეროზე ვექტორული ფიბრაციის კომპლექსური სტრუქტურების დეფორმაციების სივრცე. ვაჩვენებთ, რომ ორივე სივრცე არის გლუვი მრავალსახეობა და დავამტკიცებთ, რომ მოცემული კერძო ინდექსების მქონე მატრიცული ფუნქციების ფაქტორიზაციის მიახლოებითი პროცედურა შეიძლება განხორციელდეს ფიბრაციის კომპლექსური სტრუქტურის მოდულების სივრცეში. ძირითადი შედეგები მოყვანილია [1]-ში.

მადლობა. კვლევები შესრულებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსური მხარდაჭერით, გრანტი N FR22-354

ლიტერატურა

1. Giorgadze, G, Gulagashvili, G, Kakulashvili, G. Deformation of complex structures of vector bundles and of partial indices of matrix functions, Proc. VIAM, **74**, (2024), 15-25.

კავშირი ჰიპერგეომეტრიულ და ჰოინის დიფერენციალურ განტოლებებს შორის

გიორგი კაკულაშვილი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის კიბერნეტიკის ინსტიტუტი
თბილისი, საქართველო
email: giorgik1994@gmail.com

ჰოინის განტოლება არის ფუქსის ტიპის დიფერენციალური განტოლება ოთხი განსაკუთრებული. განტოლების წრფივად დამოუკიდებელი ამონახსნები განსაზღვრავენ ასახვას ზედა ნახევარ-სიბრტყიდან მრუდწირულ ოთხკუთხედზე. ამ ნაშრომში ჩვენ ვაკავშირებთ ადრე მიღებულ შედეგებს ჰიპერგეომეტრიულ დიფერენციალურ განტოლებასთან, რომელსაც გამომდნარეობს ჰოინის განტოლების სპეციალური ფორმა. ძირითადი შედეგები მოყვანილია [1]-ში.

მადლობა. კვლევები შესრულებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსური მხარდაჭერით, გრანტი N FR22-354

ლიტერატურა

1. Kakulashvili, G. Connection between hypergeometrical and heun's general differential equations, *Proc. VIAM*, 74, (2024), 27-31.

ელიფსურ სისტემათა ერთი გენეტიკური ინვარიანტის შესახებ

გიორგი მაქაცარია¹, ნინო. მანჯავიძე²

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ვ. ჭავჭავაძის სახელობის კიბერნეტიკის
ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: giorgi.makatsaria@gmail.com

²ილიას სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: nino.manjavidze@iliuni.edu.ge

ობიექტის იმ თვისებათა დადგენა, რომლებიც ინვარიანტულია მისი ამ თუ იმ სახის ტრანსფორმაციისას, უდავოდ საინტერესოა თვით ამ ობიექტის კვლევის თვალსაზრისით. ამ ნაშრომის კვლევის ობიექტია კომპლექსური ცვლადის კლასიკური და განზოგადოებული მთელი ანალიზური ფუნქციები. “ცოცხალი” კლასიკური მთელი ანალიზური ფუნქციის “ბუნებრივი მდგომარეობაა” იყოს შემოუსაზღვრელი, წინააღმდეგ შემთხვევაში იგი “გარდაცვლილია” - მუდმივია. რამდენადმე მსგავსი თვისებით ხასიათდება განზოგადოებული მთელი ანალიზური ფუნქცია. სავსებით ბუნებრივია შევისწავლოთ “ცოცხალი” მთელი ანალიზური ფუნქციის ტრანსფორმაციით (კომპლექსური სიბრტყის ამა თუ იმ არეზე შეზღუდვით) მიღებულ

ფუნქციას გადმოყვება თუ არა მისი “წინაპრის” (როგორც აღინიშნა ერთ-ერთი უმთავრესი) თვისება - შემოუსაზღვრელობა.

მადლობა: ეს ნაშრომი მხარდაჭერილია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით # FR 22-354 და Horizon2020-MSCA-RISE Grant N 101008140

ლიტერატურა

1. Akhalaia, G., Giorgadze, G., Jikia, V., Kaldani, N., Makatsaria, G., Manjavidze, N. Elliptic Systems on Riemann Surfaces. Bulletin of TICMI. **13** (2012), 1-154.
2. Hadamard, J. Essai de l'étude des fonctions données par leur développement de Taylor// J. Math. Pure et Appl. -1892.-V.8.-P.154-186.
3. Markushevich, A. The Theory of Analytic Functions, a Brief Course. Mir Publishers, 1983.
4. Vekua, I. Generalized analytic functions. Pergamon, Oxford, 1962.
5. Evgrafov, M.A. Analytic Functions. Dover Publications, 2019.

ფრაქტალური აღრიცხვა და ინტეგრებადი სისტემები

ნუგზარ მახალდიანი
ბირთვის კვლევის გაერთიანებული ინსტიტუტი,
დუბნა, რუსეთის ფედერაცია
email: mnv@jinr.ru

განხილულია ჰიდროდინამიკის მოძრაობის ინტეგრებადი განტოლებები და მათი კომპლექსური განზოგადებები; ფრაქტალური ინტეგრო-დიფერენციალური, დისკრეტული და უწყვეტი, აღრიცხვები.

ლიტერატურა

1. Makhaldiani, N. Fractal Calculus (H) and some Applications. Physics of Particles and Nuclei Letters, **8** (2011), 325.

რეგულარული კულონური ფუნქციები

ვაგნერ ჯიქია
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ვ. ჭავჭავაძის სახელობის კიბერნეტიკის
ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: v.jikia@yahoo.com

აღწერილია უწყვეტი სპექტრის ორნაწილაკობრივი რეგულარული კულონური ფუნქციები. ნაჩვენებია, რომ ისინი არსებობს განზოგადებული ფუნქციების აზრით,

და სუსტ წარმოდგენაში ეკუთვნის ჰილბერტის სივრცის (L_2) ფუნქციათა კლასს. აღნიშნული ფუნქციები აკმაყოფილებს შემფოთებათა თეორიის ორნაწილაკობრივ ერთგვაროვან ინტეგრალურ განტოლებებს.

ამავე დროს, აღნიშნული ფუნქციების სამი ნაწილაკის ჰილბერტის სივრცეში განზოგადოების შემთხვევაში მიიღება ზემოთ აღწერილი თვისებების მქონე სამნაწილაკობრივი კულონური ფუნქციები, რომლებიც მეტად მოსახერხებელი იქნება უწყვეტი სპექტრის სამნაწილაკობრივი სინგულარული სტანდარტული ინტეგრალური განტოლებების შესწავლის დროს.

მადლობა. ავტორი მადლობას უხდის პროფესორ გრიგორ გიორგაძეს მეტად მნიშვნელოვანი შენიშვნებისა და გულითადი დახმარებისთვის.

ჰირცებრუხ-რიმან-როხის თეორემა

ირაკლი სიხარულიძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

თბილისი, საქართველო

email: irakli.sikharulidze407@ens.tsu.edu.ge

ჰოლომორფული ვექტორული ფიბრაციისთვის $p: E \rightarrow X$ კომპაქტურ კომპლექსურ მრავალსახეობაზე X ჰირცებრუხ-რიმან-როხის თეორემა ამყარებს კავშირს ფიბრაციის ეილერ-ჰუანკარეს მახასიათებელსა და მის ჩერნისა და მრავალსახეობის ჰოლომორფული მხები ფიბრაციის ტოდის კლასებს შორის; მის თანახმად:

$$\chi(X, E) = \int \text{ch}(E) \text{td}(X).$$

მადლობა. კვლევები შესრულებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტის N FR 22-354 მხარდაჭერით.

ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისა და ოპტიმალური მართვის სექცია

ხელმძღვანელები – თამაზ თადემაძე, რომან კოპლატაძე
თანახელმძღვანელი - თეა შავაძე

საქართველოში საცხოვრებელი უძრავი ქონების ფასების ინდექსის პროგნოზირების გამოცდილება და პროგნოზული შეფასებები

აკაკი გაბელაია

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, გამოთვლითი მათემატიკის დეპარტამენტი
თბილისი, საქართველო
email: agabelaia@gtu.ge

ცნობილია რომ, საქართველოში საცხოვრებელი უძრავი ქონების ფასების ინდექსი (RPPI) ასახავს საცხოვრებელი უძრავი ქონების ფასების დინამიკას. ინდექსი მოიცავს უძრავი ქონების ბაზრის ახალი აშენებული და მშენებარე საცხოვრებლების სეგმენტს თბილისში. ქონების ფასების ინდექსები გამოიყენება ქვეყნების ცენტრალური ბანკებისა და პოლიტიკის გამტარებელი სხვა ინსტიტუტების მიერ, აგრეთვე ანალიტიკოსების, მკვლევარებისა და სხვა მომხმარებლების მიერ, როგორც ქვეყნის შიგნით, ისე მის ფარგლებს გარეთ. როგორც ცნობილია, უძრავი ქონების ბაზარი სულაც არ არის ურისკო. ეს რომ ასეა, საკმარისია გავიხსენოთ დიდი ფინანსური და ეკონომიკური კრიზისი, რომელიც აღძრა აშშ-ს უძრავი ქონების ბაზარმა. კერძოდ, 2007-2009 წლებში აშშ-ს მშპ 4,3%-ით შემცირდა, 30%-ით შემცირდა უძრავი ქონების ფასები, ხოლო ამერიკის უმსხვილესი 500 სააქციო კომპანიის S&P ინდექსი 57%-ით შემცირდა. შესამჩნევია ის ფაქტი, რომ ეს ბაზარი ზედმეტად (სპეკულაციურად) მიმზიდველი ხდება საქართველოშიც. კერძოდ მისი ზრდის ტემპი ბევრად აღემატება მთლიანი ეკონომიკის ზრდის ტემპს. ამასთან, ძალიან მაღალი ტემპით მიმდინარეობს უძრავი ქონების ფასების ზრდა. თუ ეს პროცესი ხანგრძლივად გაგრძელდება, ამას ექნება „ბუშტის ეფექტი“, გამოიწვევს უძრავ ქონებაზე მოთხოვნის მკვეთრ შემცირებას და, შესაბამისად, ფასების დაცემას. რაც, თავის მხრივ, ძლიერ დარტყმას მიაყენებს, როგორც ინვესტორებს, ისე მთლიანად ფინანსურ სექტორს, რაც ღრმა ეკონომიკური კრიზისით შეიძლება დასრულდეს. აქედან გამომდინარე, ჩვენს მიერ, უპირველეს ყოვლისა, განხილული იყო RPPI ინდექსის პროგნოზირების პრობლემა (კვარტლების ჭრილში), 2024 წლისათვის, 2020 – 2023 წლების მონაცემების ბაზაზე, რაც საკმაოდ ზუსტი აღმოჩნდა, უკვე 2024 წლის პირველი კვარტლისთვის. შემდგომ ამისა, საკმაოდ ზუსტი აღმოჩნდა ამ მაჩვენებლის ჩვენს მიერ მიღებული პროგნოზული შეფასებები 2024 წლის ბოლო სამი კვარტლისთვისაც. დაბოლოს, ჩვენს მიერ ჩატარებული იყო ამ ინდექსის დინამიკის ანალიზი 2020–2024 წლებისათვის და

ჩვენს მიერ აგებული მათემატიკური მოდელების ბაზაზე, ნაპოვნი იყო მისი პროგნოზული შეფასებები 2025 წლისათვის.

**ამონახსნის წარმოდგენის ფორმულები სამართი ფუნქციონალურ-
დიფერენციალური განტოლებისათვის მრავალი მუდმივი დაგვიანებით
საწყისი მომენტის ვარიაციისა და უწყვეტი საწყისი პირობის
გათვალისწინებით**

ნიკა გორგოძე¹, ლელა ალხაზიშვილი², ია რამიშვილი³

¹ა. წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი,
ქუთაისი, საქართველო
email: nika.gorgodze@atsu.edu.ge

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, კომპიუტერულ
მეცნიერებათა დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
email: lela.alkhazishvili@tsu.ge

³საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო
email: ia.ramis@yahoo.com

მიღებულია ამონახსნის წარმოდგენის გლობალური ფორმულები არაწრფივი შემფოთებული სამართი ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლებისათვის მრავალი მუდმივი დაგვიანებით ფაზურ კოორდინატებსა და მართვებში. ფორმულებში გამოვლენილია საწყისი პირობის უწყვეტობის, საწყისი მომენტისა და ფაზურ კოორდინატებში დაგვიანებების ვარიაციის ეფექტები. ამონახსნის ვარიაციის ფორმულა მნიშვნელოვან როლს თამაშობს ოპტიმიზაციის ამოცანების გამოკვლევაში, საშუალებას იძლევა აგებულ იქნეს შემფოთებული განტოლების მიახლოებითი ამონახსნი და განხორციელდეს მათემატიკური მოდელების სენსიტიური ანალიზი

დისბალანსის ოპტიმიზაცია საბაზრო ურთიერთობების ერთი დიფერენციალური მოდელისათვის არაწრფივი ფუნქციონალით და მართვაში დაგვიანებით

ფრიდონ დვალიშვილი¹, ალექსანდრე მოსიძე², მიხეილ ნიკოლეიშვილი³

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, კომპიუტერულ
მეცნიერებათა დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
email:pridon.dvalishvili@tsu.ge

²თბილისის თავისუფალი უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო
email:a.mosidze@freeuni.edu.ge

³საქართველოს საზოგადოებრივ საქმეთა ინტიტუტი (GIPA), თბილისი, საქართველო
email:mikheil.nikoleishvili@gmail.com

ცნობილია, რომ საბაზრო ურთიერთობები ხასიათდება მოთხოვნა მიწოდების ფუნქციებით. როგორც წესი, დროის გათვალისწინებით პროდუქციის ფასი იცვლება, შესაბამისად იცვლება ამ პროდუქციაზე მოთხოვნის და მიწოდების რაოდენობები. მრავალი მიზეზის გამო, მოთხოვნასა და მიწოდებას შორის წონასწორობის მიღწევა პრობლემატურია. მოთხოვნასა და მიწოდებას შორის განსხვავებას ჩვენ ვუწოდებთ დისბალანსის ინდექსს. თუ დისბალანსის ინდექსი ნულია, მაშინ გვაქვს წონასწორობა. წარმოდგენილ ნაშრომში, გამოკვლეულია ოპტიმალური მართვის ამოცანა საბაზრო ურთიერთობების მოდელისათვის მართვაში მუდმივი დაგვიანებით. მოდელში გათვალისწინებულია რომ დროის კონკრეტულ მომენტში მოთხოვნის დაკმაყოფილება ხდება წინასწარი შეკვეთით. განხილული ამოცანისათვის ჩამოყალიბებულია ოპტიმალური მართვის არსებობის თეორემა და მართვის ოპტიმალურობის აუცილებელი პირობა. საილუსტრაციოდ მოყვანილია წრფივი მოდელი. შევნიშნავთ რომ პრაქტიკული შემთხვევისათვის, წრფივი რეგრესიის გამოყენებით, შესაძლებელია მოთხოვნის და მიწოდების აღწერა წრფივი ფუნქციების სახით.

**ამონახსნის ლოკალური წარმოდგენის ფორმულები სამართი
ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლებებისთვის მრავალი
დაგვიანებით და საწყისი მომენტის ვარიაციისა და წყვეტილი საწყისი
პირობის გათვალისწინებით**

თამაზ თადუმაძე¹, თეა შავაძე², აბდელჯალილ ნაშავი³

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის
დეპარტამენტი და ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი
თბილისი, საქართველო

email: tamaz.tadumadze @ tsu.ge

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ი. ვეკუას სახელობის
გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

email: tea.shavadze@gmail.com

³ნანტის უნივერსიტეტი, ჟ. ლერეს მათემატიკის ლაბორატორია, ნანტი, საფრანგეთი

email: nachaoui@math.cnrs.fr

დადგენილია ამონახსნის ანალიზური წარმოდგენის ლოკალური ფორმულები არაწრფივი შემფოთებული ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლებებისთვის მრავალი დაგვიანებით ფაზურ კოორდინატებსა და მართვებში. ფორმულებში გამოვლენილია წყვეტილი საწყისი პირობის, საწყისი მომენტის ვარიაციის და, ფაზურ კოორდინატებში შემავალი დაგვიანებების შემფოთების ეფექტები. ამონახსნის წარმოდგენის ფორმულა მნიშვნელოვან როლს თამაშობს ოპტიმალური მართვის ამოცანების გამოკვლევაში, საშუალებას იძლევა აგებული იქნეს შემფოთებული განტოლების მიახლოებითი ამონახსნი და განხორციელდეს მათემატიკური მოდელების სენსიტიური ანალიზი. ბოლოს, მრავალი დაგვიანების შემცველი ჰატკინსონის სამართი მოდელის სენსიტიურობის კოეფიციენტისთვის დადგენილია შესაბამისი ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლების სახე.

მაღალი რიგის ჩვეულებრივი წრფივი დიფერენციალური განტოლების ამონახსნების ასიმპტოტური ყოფაქცევის შესახებ

რომან კოპლატაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის
დეპარტამენტი და ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი

თბილისი საქართველო

emails: r_koplatadze @ yahoo.com, roman.koplatadze @ tsu.ge

განხილულია წრფივი n -ური რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური
განტოლება. დადგენილია ქრობადი, შემოუსაზღვრული და ოსცილაციური
ამონახსნების არსებობის საკმარისი პირობები, რომლებიც წარმოადგენენ ადრე კარგად
ცნობილი შედეგების განზოგადოებას.

რეკტაიკული ართრიტის იმუნოპათოგენეზისა და კომბინირებული მკურნალობის არაწრფივი მათემატიკური მოდელები IL6-ის გათვალისწინებით

ზვიად ყალიჩავა¹, კახაბერ ოდიშარია², ნონა ჯანიკაშვილი³, ვლადიმერ ოდიშარია⁴

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, ნ. მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი
მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

email: z.kalichava@gtu.ge

²EMCoS LLC, თბილისი, საქართველო

email: k.odisharia@gmail.com

³თბილისის სახელმწიფო სამედიცინო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

email: njanikashvili@tsmu.edu

⁴ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის
დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო

email: vladimer.odisharia@tsu.ge

[1], [2]-ში აღწერილი არაწრფივი მოდელების საფუძველზე მიღებულია იმუნო-
პათოგენეზის ახალი მათემატიკური მოდელი, რომელშიც მნიშვნელოვან როლს
ასრულებს ცილა IL6. ეს მოდელი არის რეკტაიკული ართრიტის მკურნალობის
მოდელის შემუშავების მთავარი წინაპირობა. იმუნოპათოგენეზის მოდელის საფუ-
ძველზე, ჩვენ შევიმუშავეთ რეკტაიკული ართრიტის მკურნალობის ახალი
არაწრფივი მათემატიკური მოდელი, რომელიც იკვლევს დაავადების პროგრესირების
დროს ხრტილის დაშლის ფუნქციურ დინამიკას. დასმულია კოშმის ამოცანა და
ნაპოვნია განტოლებათა სისტემის ზუსტი ამონახსნი.

ლიტერატურა

1. Odisharia K., Odisharia V., Tsereteli P., Janikashvili N. On the Mathematical Model of Drug Treatment of Rheumatoid Arthritis. Springer International Publishing, Mathematics, Informatics, and their Applications in Natural Sciences and Engineering, Chapter No: 10, (2019), 161-168.
2. Tsereteli P., Odisharia V., Janikashvili N. Mathematical modeling of rheumatoid arthritis and its treatment. Computer Sciences and Telecommunications, **1**, 61 (2022), 19-31.

კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების სექცია

ხელმძღვანელები – დავით ნატროშვილი, სერგო ხარიბეგაშვილი,
თემური ჯანგველაძე
თანახელმძღვანელი – ზურაბ კილურაძე

დირიხლეს მახასიათებელი ამოცანა მაღალი რიგის არაწრფივ ჰიპერბოლურ სისტემათა ერთი კლასისათვის

თეონა ბიბილაშვილი¹, სერგო ხარიბეგაშვილი²

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, ინფორმატიკის და მართვის სისტემების
ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
email: teonabibilashvili12@gmail.com

²საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო
email: kharibegashvili@yahoo.com

მეოთხე რიგის არაწრფივ ჰიპერბოლურ სისტემათა ერთი კლასისათვის
იტერირებული ტალღის ოპერატორით მთავარ ნაწილში განხილულია დირიხლეს
ამოცანა მახასიათებელ მართკუთხედში. სისტემაში შემავალი არაწრფივ წევრთა
სტრუქტურის და უსასრულობის მიდამოში მათი ყოფაქცევის მიხედვით
დამტკიცებულია ამ ამოცანის ამონახსნის არსებობის, ერთადერთობის და
არარსებობის შესახებ თეორემები.

კერძოწარმოებულიან დიფერენციალურ განტოლებათა ერთი სისტემის რიცხვითი ამოხსნა მანქანური სწავლების გამოყენებით

მიხეილ გაგოშიძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის
გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
ევროპის ცენტრალური უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო
email: MishaGagoshidze@gmail.com

განხილულია საწყის-სასაზღვრო ამოცანა მაქსველის არაწრფივ კერძოწარ-
მოებულიან განტოლებათა სისტემაზე [1] დაფუძნებული მრავალგანზომილებიანი
მოდელისთვის. ჩატარებულია რიცხვითი ექსპერიმენტები დეკომპოზიციური
ალგორითმებისა [2, 3] და მანქანური სწავლების მეთოდების გამოყენებით [4].

გაკეთებულია მიღებული შედეგების ანალიზი და კომპიუტერული ექსპერიმენტების შედარება თეორიულ დასკვნებთან.

მადლობა. კვლევა განხორციელდა შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით [გრანტის ნომერი FR-21-2101].

ლიტერატურა

1. Landau, L., Lifschitz E. Electrodynamics of Continuous Media, Course of Theoretical Physics, Moscow, 1957.
2. Abuladze, I.O., Gordeziani, D.G., Dzhangveladze, T.A., Korshiya, T.K. Discrete models for a nonlinear magnetic-field-scattering problem with thermal conductivity (Russian). Differ. Uravn., **22**, 7 (1986), 1119-1129. English translation: Differ. Equ., **22**, 7 (1986), 769-777.
3. Jangveladze, T. Investigation and numerical solution of nonlinear partial differential and integro-differential models based on system of Maxwell equations. Mem. Differential Equations Math. Phys., **76** (2019), 1-118.
4. Raissi, M., Perdikaris, P., Karniadakis, G. E., Physics informed deep learning (Part I): data-driven solutions of nonlinear partial differential equations. arXiv 1711.10561, 2017; <https://arxiv.org/abs/1711.10561>.

ორმაგი ფოროვნების მქონე სხეულებისათვის კონსოლიდაციის თეორიის ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანა

ლევან გიორგაშვილი, შოთა ზაზაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
emails: lgiorgashvili@gmail.com, s.zazashvili@gtu.ge

სტატიაში განიხილება კონსოლიდაციის თეორიის სტატიკის განტოლებისათვის ორმაგი ფოროვნებით, ორი სასაზღვრო ამოცანა ნახევარსივრცისათვის. ნახევარსივრცის საზღვარზე მოცემულია გადაადგილების ვექტორის ნორმალური მდგენელის, ძაბვის ვექტორის მხები მდგენელების და პერველად და მეორად ფორებში სითხის წნევის ნორმალით წარმოებულების ზღვრული მნიშვნელობები ან გადაადგილების ვექტორის მხები მდგენელების, ძაბვის ვექტორის ნორმალური მდგენელის და პერველად და მეორად ფორებში სითხის წნევის ზღვრული მნიშვნელობები. კონსოლიდაციის თეორიის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის ამონახსნის ზოგადი წარმოდგენის ფორმულების და ფურიეს გარდაქმნის გამოყენებით სასაზღვრო ამოცანების ამონახსნები აგებულია ცხადი სახით კვადრატურებში პუასონის ფორმულის ანალოგიური სახით.

იტერაციის მეთოდი ნეიმანის ამოცანისთვის ჰელმჰოლცის განტოლების შემთხვევაში

გიორგი გოჭოშვილი¹, მაია მრევილიშვილი²

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: gochoshvilig5@gmail.com

²ილიას სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: m_mrevlishvili@yahoo.com

პოტენციალთა მეთოდის გამოყენებით, ჩვენ ვაგებთ კრებად იტერაციულ სქემას ნეიმანის სამგანზომილებიანი სასაზღვრო ამოცანის ამოსახსნელად ჰელმჰოლცის განტოლების შემთხვევაში. მარტივი ფენის პოტენციალის საშუალებით, ნეიმანის ამოცანა დაიყვანება ცალსახად ამოხსნად მეორე გვარის ფრედჰოლმის სასაზღვრო ინტეგრალურ განტოლებაზე. ეს ინტეგრალური განტოლება თავის მხრივ დაიყვანება პირველი გვარის ეკვივალენტურ ინტეგრალურ განტოლებაზე, რომელიც შეიცავს კომპაქტურ სიმეტრიულ დადებით ოპერატორს. პირველ რიგში, ჩვენ ავაგებთ იტერაციულ მიმდევრობას, რომელიც კრებადია სასაზღვრო ინტეგრალური განტოლების ამონახსნისკენ შესაბამის ბესელის პოტენციალთა სივრცეში. შემდეგ, გამოვიყენეთ ამ სასაზღვრო იტერაციას და ავაგებთ ფუნქციათა ახალ იტერაციას, რომელიც კრებადია ნეიმანის სასაზღვრო ამოცანის ამონახსნისკენ სობოლევის შესაბამის სივრცეში განსახილველ სამგანზომილებიან არეში. იგულისხმება, რომ სასაზღვრო ზედაპირი ეკუთვნის ლიპშიცის კლასს

მადლობა. ეს ნაშრომი შესრულდა საქართველოს შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის (SRNSF) მხარდაჭერით (გრანტის ნომერი FR-23-267).

ალბათური მეთოდები ანალიზური ამოცანების გადაწყვეტაში

რევაზ კაკუბავა, ნანი სალია

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
emails: r.kakubava@gmail.com, nanisalia2@gmail.com

ნახევარმარკოვული პროცესების ანალიზისას, დამატებითი ცვლადის მეთოდის გამოყენებით, მიიღება მათემატიკური ფიზიკის არაკლასიკური სასაზღვრო ამოცანა არალოკალური სასაზღვრო პირობებით. ამ პრობლემის ნაწილია ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლება ან ასეთი განტოლებების სისტემა (სასრული ან უსასრულო); ასევე, ხდება ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებისა თუ განტოლებების სისტემის (სასრული ან უსასრულო) ფორმირებაც; ასევე, კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლება ან ამ განტოლებების სისტემა

(სასრული ან უსასრულო) (კოლმოგოროვის განტოლებები). ამ ამოცანის ამოხსნა ოპერაციული აღრიცხვის თვალსაზრისით მიიღება მახასიათებელი ფუნქციის მეთოდისა და ლაპლასის გარდაქმნების გამოყენებით. შეგვიძლია გამოვიყვანოთ ეს ამოცანა კოლმოგოროვის განტოლებების გვერდის ავლით, მისი გამოყენების აუცილებლობის თავიდან აცილებით წმინდა ალბათური მეთოდით. ეს მეთოდი პირველად გამოყენებულ იქნა კაკუბავას მიერ. მიღებული შედეგები ჩამოყალიბებულია მკაცრი მათემატიკური დამტკიცებების საფუძველზე. ეს მეთოდი აჩვენებს, რომ დასმული ამოცანის ამოსახსნელად არ არის საჭირო კერძო-წარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებების უსასრულო სისტემა, არამედ საკმარისია მხოლოდ პირველი ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლება და საწყისი-სასაზღვრო პირობები. წმინდა ალბათური მეთოდი აჩვენებს, რომ ეს ახალი მიდგომა შეიძლება გამოყენებულ იქნას როგორც ნახევრად მარკოვული, ასევე არანახევრად მარკოვულ მოდელებში, სადაც გამოიყენება დამატებითი ცვლადის მეთოდი.

დიუჰამელის პრინციპის ზოგიერთი განზოგადება და გამოყენება

ირინე სიგუა¹, მარკოზ ჭანტურია²

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო
email: irinasigua@mail.ru

²საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, ინფორმატიკის და მართვის სისტემების
ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
email: Chanturia.markoz22@gtu.ge

ნაშრომში მოყვანილია დიუჰამელის პრინციპის ზოგიერთი განზოგადება კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა გარკვეული კლასებისათვის. კერძოდ, მაღალი რიგის მუდმივკოეფიციენტებიანი ჰიპერბოლური განტოლებისათვის და მისთვის შესაბამისი ერთგვაროვანი განტოლებისათვის, ადრე კონსტრუქციული გზით ეფექტურად მიღებული კოშის ამოცანის ამონახსნზე დაყრდნობით, კვადრატურებში აგებულია კოშის ამოცანის ამონახსნი არაერთგვაროვანი განტოლებისათვის.

იტერაციული მეთოდი ანიზოტროპული სხეულების დრეკადობის თეორიის დირიხლეს ამოცანისთვის

დავით ნატროშვილი

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის
გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: natrosh@hotmail.com

დრეკადობის თეორიის დირიხლეს სამგანზომილებიანი ამოცანისთვის ჩვენ ეფექტურად ავაგებთ კრებად იტერაციულ მეთოდს. პოტენციალთა თეორიის გამოყენებით დირიხლეს ამოცანა დაიყვანება ცალსახად ამოხსნად სუსტი სინგულარობის ოპერატორის შემცველი პირველი გვარის ფრედჰოლმის ინტეგრალურ განტოლებაზე. იგულისხმება, რომ ანიზოტროპული დრეკადი სხეულის საზღვარი ეკუთვნის ლიპშიცის კლასს.

ჩვენ ჯერ ავაგებთ იტერაციულ მიმდევრობას, რომელიც კრებადია მიღებული სასაზღვრო ინტეგრალური განტოლების ამონახსნისკენ შესაბამის ბესელის პოტენციალთა სივრცეში. შემდეგ, ამ კრებადი იტერაციით მიღებული ფუნქციების საშუალებით ავაგებთ მარტივი ფენის პოტენციალების მიმდევრობას, რომელიც დრეკადი სხეულით დაკავებულ სამგანზომილებიან არეში კრებადია დირიხლეს ამოცანის ამონახსნისკენ შესაბამისი სობოლევ-სლობოდეცკის სივრცის ნორმით.

მადლობა. ნაშრომი შესრულდა საქართველოს შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის (SRNSF) მხარდაჭერით (გრანტის ნომერი FR-23-267).

მეოთხე რიგის არაწრფივი პარაბოლური ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლების შესახებ

თეიმურაზ ჩხიკვაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის
გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: m.zarzma@gmail.com

განხილულია მეოთხე რიგის არაწრფივი ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებითვის დასმული საწყის-სასაზღვრო ამოცანა. ამოცანა ეფუძნება [1]-ში შემოთავაზებულ ინტეგრო-დიფერენციალურ მოდელს. ისინი მრავალ ნაშრომშია შესწავლილი (იხილეთ, მაგალითად, [2-5] და მასში მითითებული ლიტერატურა). აღნიშნულ მოდელებზე ვრცელი მიმოხილვა მოცემულია შემდეგ მონოგრაფიებში [4,

5]. ჩვენს ნაშრომში აგებული და შესწავლილია შესაბამისი დისკრეტული ანალოგი. ამოცანის ამონახსნის მდგრადობა და ერთადერთობა გამოკვლეულია [6]-ში.

მადლობა. კვლევა განხორციელდა შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით [გრანტის ნომერი FR-21-2101].

ლიტერატურა

1. Gordeziani, D., Dzhangveladze, T., Korshija, T. Existence and uniqueness of a solution of certain nonlinear parabolic problems (Russian). Differ. Uravn., **19**, 1 (1983), 1197-1207. English translation: Differ. Equ., **19**, 1 (1983), 887-895.
2. Jangveladze T.A. First boundary-value problem for a nonlinear equation of parabolic type (Russian). Dokl. Akad. Nauk SSSR, **269**, 4 (1983), 839-842. English translation: Soviet Phys. Dokl., **28**, 4 (1983), 323-324.
3. Jangveladze T.A. Nonlinear parabolic integrodifferential equations. (Russian). Differ. Uravn., **21**, 1 (1985), 41-46. English translation: Differ. Equ., **21**, 1 (1985), 32-36.
4. Jangveladze, T., Kiguradze, Z., Neta, B. Numerical Solution of Three Classes of Nonlinear Parabolic Integro-Differential Equations. Elsevier, 2016, ACADEMIC PRESS, ISBN: 978-0-12-8046289. Elsevier/Academic Press, Amsterdam, 2015.
5. Jangveladze, T. Investigation and numerical solution of nonlinear partial differential and integrodifferential models based on system of Maxwell equations. Mem. Differential Equations Math. Phys., **76** (2019), 1-118.
6. Chkhikvadze, T. On one nonlinear integro-differential parabolic equation. Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Inst. Appl. Math., **35** (2021), 19-22.

ერთი არაწრფივი კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემის შესახებ

თემური ჯანგველაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის
გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტემენტი
თბილისი, საქართველო
email: tjangv@yahoo.com

მრავალი პროცესი აღიწერება არაწრფივი კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების სისტემებით. მსგავსი მოდელების ძირითადი თავისებურება იმაში გამოიხატება, რომ ისინი შეიცავენ სხვადასხვა რიგის განტოლებებს, რომლებიც ძლიერად არიან ერთმანეთთან დაკავშირებულნი. აღნიშნული გარემოება ყოველი კონკრეტული სისტემისთვის განაპირობებს კვლევის შესაბამისი მეთოდების გამოყენებას, რადგან ზოგადი თეორია ამგვარი წრფივი მოდელებისთვისაც ჯერ კიდევ არასრულადაა განვითარებული. ერთ-ერთი ასეთი ორგანოზომილებიანი სისტემა წარმოიშვება მცენარეთა ფოთლების ძარღვების

ფორმირების პროცესში [1]. ბუნებრივად ჩნდება ამ ამოცანებისა და მათი მრავალგანზომილებიანი ანალოგების გამოკვლევის საკითხი. მნიშვნელოვანია ასეთი ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნის შესწავლა, რაც ასევე დაკავშირებულია სერიოზულ სირთულეებთან. აღნიშნული სისტემა განხილულია მრავალ ნაშრომში (იხილეთ, მაგალითად, [2-6] და მათში მითითებული ლიტერატურა). არსებითია ამ მოდელისთვის რიცხვითი ალგორითმების აგება, გამოკვლევა და რიცხვითი რეალიზაცია. მნიშვნელოვანია ამ ამოცანათა ერთგანზომილებიან ამოცანებზე დაყვანა. ჩვენი მიზანია ამ სისტემის კვლევის გაგრძელება აღნიშნული მიმართულებით.

მადლობა. კვლევა განხორციელდა შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით [გრანტის ნომერი FR-21-2101].

ლიტერატურა

1. Mitchison, G.J. The polar transport of auxin and vein patterns in plants. *Philos. Trans. R. Soc. Lond. B Biol. Sci.*, **295** (1981), 461-471.
2. Bell, J., Cosner, C., Bertiger, W. Solution for a flux-dependent diffusion model. *SIAM J. Math. Anal.*, **13** (1982), 758-769.
3. Dzhangveladze, T.A. Averaged model of sum approximation for a system of nonlinear partial differential equations (Russian). *Proc. I. Vekua Inst. Appl. Math.*, **19** (1987), 60–73.
4. Jangveladze, T.A. The difference scheme of the type of variable directions for one System of nonlinear partial differential equations. *Proc. I.Vekua Inst. Appl. Math.*, **47** (1992), 45-66.
5. Jangveladze, T., Kiguradze, Z., Gagoshidze, M. Economical difference scheme for one multi-dimensional nonlinear system. *Acta Math. Sci.*, **39**, 4 (2019), 971–988.
6. Jangveladze, T., Gagoshidze, M., Kiguradze, Z., Tabatadze, B. Two methods for the numerical solution of a system of nonlinear partial differential equations. *Lecture Notes of TICMI*, **25** (2024), 103-110.

ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის სექცია

ხელმძღვანელები – ელიზბარ ნადარაია, ომარ ფურთუხია

თანახელმძღვანელი – პეტრე ბაბილუა

პუასონის რეგრესიის ფუნქციის ერთი არაპარამეტრული შეფასების შესახებ

პეტრე ბაბილუა¹, ელიზბარ ნადარაია^{1,2}

¹ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის
დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
email: petre.babilua@tsu.ge

²ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას
სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: elizbar.nadaraya@tsu.ge

დადგენილია პუასონის რეგრესიის ფუნქციის არაპარამეტრული გულოვანი ტიპის შეფასების ინტეგრალური კვადრატული გადახრის ზღვართი განაწილების კანონი. აგებულია პუასონის რეგრესიის ფუნქციისათვის ჰიპოთეზის შემოწმების კრიტერიუმი. შესწავლილია კრიტერიუმის ძალდებულობა. გარდა ამისა, შესწავლილია გარკვეული ტიპის დაახლოებადი ალტერნატივებისათვის სიმძლავრის ასიმპტოტიკა.

სტატისტიკური სტრუქტურების შესახებ

ზურაბ ზერაკიძე

გორის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, გორი, საქართველო
email: zura.zerakidze@mail.ru

ჩვენ განვსაზღვრავთ პარამეტრების ძალდებულ შეფასებებს, ჰიპოთეზის შემოწმების ძალდებულ კრიტერიუმს, ნებისმიერი პარამეტრული ფუნქციის ძალდებულ შეფასებას, ნებისმიერი პარამეტრული ფუნქციის ჰიპოთეზის შემოწმების ძალდებულ კრიტერიუმს, ნებისმიერი პარამეტრული ფუნქციის გადაუადგილებად (ჩაუნაცვლებელ) შეფასებას, ჰიპოთეზის შემოწმების გადაუადგილებად (ჩაუნაცვლებელ) კრიტერიუმს.

მოყვანილია ასეთი შეფასებების და კრიტერიუმების არსებობისთვის აუცილებელი და საკმარისი პირობები სტატისტიკური სტრუქტურებისთვის.

თეორემა 1. თვლადი სტატისტიკური სტრუქტურა $\{E, S, \mu_i, i \in I\}$, $card I = \chi_0$, უშვებს პარამეტრების ძალდებულ შეფასებას მაშინ და მხოლოდ მაშინ თუ ეს სტატისტიკური სტრუქტურა ორთოგონალურია.

თეორემა 2. იმისათვის, რომ ბორელის ორთოგონალურში სტატისტიკური სტრუქტურა $\{E, S_1, \bar{\mu}_h, h \in H\}$, $card H = c$, უშვებდეს ჰიპოთეზის შემოწმების ძალდებულ კრიტერიუმს (ZFC) & (MA) თეორიაში, აუცილებელი და საკმარისია, რომ ეს სტატისტიკური სტრუქტურა იყოს ძლიერად განცალკევადი.

თეორემა 3. იმისათვის, რომ ბორელის ორთოგონალურმა სტატისტიკურმა სტრუქტურამ $\{E, S_1, \bar{\mu}_h, h \in H\}$, $card H = c$ დაუშვას პარამეტრის ძალდებული შეფასება (ZFC) & (MA) თეორიაში აუცილებელია და საკმარისია, რომ ეს სტატისტიკური სტრუქტურა იყოს ძლიერად განცალკევადი.

ლიტერატურა

1. Zerakidze, Z. Hilbert space of measures. Ukrainian. Math. J., **38**, 2 (1986), 147-153.
2. Zerakidze, Z. Construction of statistical structures. Theory of probability and application, **XV**, 3 (1986), 573-578.
3. Zerakidze, Z., Purtukhia, O. The consistent criteria for hypotheses testing. Ukrainian. Math. J., **71**, 4 (2019), 486-501.

რეგრესიის ემპირიული პროცესის შესახებ

ლევან კაციტაძე

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
e-mail: levan.katsitadze755@ens.tsu.ge

რეგრესიის პრობლემებში, მიდგომა, რომელიც ეყრდნობა სათანადო ემპირიულ პროცესებს, ისეთივე მნიშვნელოვანია როგორც კლასიკურ ჰიპოთეზების შემოწმების პრობლემებში. რეგრესიის ემპირიული პროცესები შეიძლება სხვადასხვანაირად იყოს აგებული. მათი თვისებები შეიძლება აღმოჩნდეს დამოკიდებული არა რეგრესიის მოდელზე არამედ ცდომილობების განაწილებაზე, რასაც თითქოს და მეორეხარისხოვანი გავლენა უნდა ჰქონოდა.

ჩვენ ვაჩვენებთ, რამდენად მნიშვნელოვანია ეს დამოკიდებულება და როგორ შეიძლება განსხვავდებოდეს სხვადასხვა პროცესებზე დაფუძნებული სტატისტიკური ტესტების სიმძლავრე ერთი შეხედვით იდენტური რეგრესიის მოდელების გარჩევისას.

ტრაექტორიაზე დამოკიდებული ერთი არაგლუვი ბროუნის ფუნქციონალის კონსტრუქციული მარტინგალური წარმოდგენა

ეკატერინე ნამგალაური¹, ომარ ფურთუხია²

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის
დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
email: ekanamgalauri96@gmail.com

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის
დეპარტამენტი და ანდრია რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: o.purtukhia@gmail.com

როგორც ცნობილია, ფუნქციონალების კლასი, რომლებზეც გამოიყენება კლარკ-ოკონეს ფორმულა ([1]), შეზღუდულია მათი მალიაჟინის აზრით (სტოქასტურად) დიფერენცირებადობის მოთხოვნით. მოგვიანებით გაირკვა, რომ ფუნქციონალის სიგლუვის მოთხოვნა შეიძლება შესუსტდეს. ცნობილია, რომ თუ შემთხვევითი სიდიდე სტოქასტურად დიფერენცირებადია მალიაჟინის აზრით, მაშინ მისი პირობითი მათემატიკური ლოდინიც დიფერენცირებადია (წინადადება 1.2.8 [2]). კერძოდ, თუ $F \in D_{1,2}$, მაშინ $E(F | \mathcal{F}_s^B) \in D_{1,2}$ და $D_t[E(F | \mathcal{F}_s^B)] = E(D_t F | \mathcal{F}_s^B) I_{[0,s]}(t)$. მეორეს მხრივ, პირობითი მათემატიკური ლოდინი შეიძლება იყოს გლუვი მაშინაც კი, თუ შემთხვევითი სიდიდე არ არის სტოქასტური გლუვი. მაგალითად, ცნობილია, რომ ნებისმიერი c მუდმივისათვის: $I_{\{B_T < c\}} \notin D_{1,2}$ (ხდომილების ინდიკატორი I_A მალიაჟინის აზრით დიფერენცირებადი მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ხდომილების ალბათობა $P(A)$ უდრის ნულს ან ერთს (წინადადება 1.2.6 [2])), მაგრამ ყველა $t \in [0, T)$ -სთვის: $E[I_{\{B_T < c\}} | \mathcal{F}_t^B] = \Phi[(c - B_t)/\sqrt{T-t}] \in D_{1,2}$, სადაც Φ არის სტანდარტული ნორმალური განაწილების ფუნქცია. ღლონტმა და ფურთუხიამ ([3]) განაზოგადეს კლარკ-ოკონეს ფორმულა იმ შემთხვევისთვის, როდესაც ფუნქციონალი არ არის სტოქასტურად გლუვი, მაგრამ მისი პირობითი მათემატიკური ლოდინი სტოქასტურად დიფერენცირებადია და შემოგვთავაზეს ინტეგრანტის პოვნის მეთოდი. აქ განვიხილავთ არაგლუვ, ტრაექტორიაზე დამოკიდებულ ბროუნის ფუნქციონალს და ვთავაზობთ განსხვავებულ მეთოდს კონსტრუქციული სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენის მისაღებად.

ნებისმიერი a და b , $0 \leq a < b \leq T$ და ფიქსირებული c მუდმივებისთვის განვიხილოთ ბროუნის ფუნქციონალი $F(a, b) = \exp\{\int_a^b I_{\{B_u \leq c\}} du\}$.

თეორემა. ფუნქცია $V(t, x) := E[F(t, T) | B_t = x] = E[\exp(\int_t^T I_{\{N(0, u-t) \leq c-x\}} du)]$ აკმაყოფილებს იტოს ფორმულის მოთხოვნებს ($V(\cdot, \cdot) \in C^{1,2}$) და სამართლიანი შემდეგი სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენა:

$$F(0, T) = E[F(0, T)] + \int_0^T F(0, t) V'_x(t, B_t) dB_t \quad (P\text{-თ.გ.}).$$

ლიტერატურა

1. Ocone, D. Malliavin calculus and stochastic integral representation formulas of diffusion processes. J. Stochastics, **12** (1984), 161-185.
2. Nualart, D. The Malliavin calculus and related topics. Springer-Verlag, Berlin, 2006.
3. Glonti, O., Purtukhia, O. On One Integral Representation of Functionals of Brownian Motion. SIAM J. Theory of Probability & Its Applications, **61**, **1** (2017), 133-139.

დიდ რიცხვთა კანონი დამოკიდებულ შემთხვევით სიდიდეთა ზოგიერთი კლასისთვის

ზურაბ ქვათაძე¹, ბექნუ ფარჯიანი¹, ციალა ქვათაძე²

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი
თბილისი, საქართველო

emails: zurakvatadze@yahoo.com, e-mail: beknufarjiani@yahoo.com

²შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: ttkvatadze@gmail.com

(Ω, F, P) ალბათურ სივრცეზე განიხილება ორკომპონენტური ვიწრო აზრით სტაციონარული მიმდევრობა $\{\xi_i, Y_i\}_{i \geq 1}$.

$\{\xi_i\}_{i \geq 1}$ ($\xi_k : \Omega \rightarrow \Xi$) მმართველი მიმდევრობა აკმაყოფილებს პირობას: ყოველი $f : \Xi \rightarrow R$ ფუნქციისთვის, რომლისთვისაც $Ef(\xi_1) < \infty$ როდესაც $n \rightarrow \infty$ ალბათობით 1 ადგილი აქვს კრებადობას

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(\xi_k) \rightarrow Ef(\xi_1).$$

$\{Y_k\}_{k \geq 1}$ ($Y_k : \Omega \rightarrow R$) არის პირობითად დამოუკიდებელი მიმდევრობა ან ჯაჭვურად დამოკიდებული მიმდევრობა (როდესაც $\{\xi_i\}_{i \geq 1}$ მარკოვის ჯაჭვია). დადგენილია საკმარისი პირობები იმისათვის, რომ ეს მიმდევრობები აკმაყოფილებდნენ დიდ რიცხვთა კანონს. მიღებულია უტოლობა, რომელიც გამოიყენება სიმკვრივის გულოვანი შეფასების სიზუსტის დადგენის დროს.

ლიტერატურა

1. Shiryaev, A.N. Probability (Russian). Moskow. Nauka, p. 640 (1989).
2. Devroye, L. Györfi, L. Nonparametric density estimation: the L1 view. Wiley series in probability and mathematical statistics, Canada: John Wiley & Sons; p. 408 (1985).

პირობითი ბაიესის მეთოდით ტოლ პარამეტრებიანი ნორმალური განაწილების პარამეტრებთან დაკავშირებით რთული ჰიპოთეზების შემოწმება

ქართლოს ყაჭიაშვილი¹, ნ. მუხოპადიაი², ი.ქ. ყაჭიაშვილი³

¹ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი, საქართველოს ტექნიკური
უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემა-ტიკის
ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნ. მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი
მათემატიკის ინსტიტუტი თბილისი, საქართველო
email: k.kachiashvili@gtu.ge, kkachiashvili@gmail.com
²სტატისტიკის დეპარტამენტი, კონექტიკუტის უნივერსიტეტი, სტორსი, აშშ
email: nitis.mukhopdhyay@uconn.edu
³ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი, საქართველოს ტექნიკური
უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნ. მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი
მათემატიკის ინსტიტუტი თბილისი, საქართველო
email: s.kachiashvili@gtu.ge

განხილულია რთული ჰიპოთეზების შემოწმების პრობლემა ნორმალური
განაწილების ტოლ პარამეტრებთან მიმართებაში პირობითი ბაიესის მეთოდის
გამოყენებით. ჰიპოთეზები შემოწმებულია მაქსიმალური დასაჯერობისა და სტეინის
მეთოდების გამოყენებით. ჩვენი გადაწყვეტილების მიღების წესის ოპტიმალურობა
ნაჩვენებია კრიტერიუმებით: შერეული მიმართულების არასწორი აღმოჩენის დონე;
არასწორი აღმოჩენის დონე; I და II ტიპის შეცდომების სასურველ დონეზე შეზღუდვის
უზრუნველყოფის პირობებში. მოცემულია შემოთავაზებული მეთოდების
განხორციელების ალგორითმები და მათი გამოყენების გამოთვლითი ინსტრუმენტები.
სიმულაციის შედეგები აჩვენებს თეორიული შედეგების მნიშვნელობა და მათ
უპირატესობას კლასიკურ ბაიესიან მეთოდთან შედარებით.

მადლობა. ქ. ყაჭიაშვილისა და ი. ყაჭიაშვილის კვლევებს ნაწილობრივ იყო
მხარდაჭერილი ევროკომისიის HORIZON EUROPE WIDERA-2021-ACCESS-03
საგრანტო პროექტით GAIN (საგრანტო ხელშეკრულება No101078950).

ლიტერატურა

1. Mukhopadhyay, N. and Cicconetti, G. Applications of Sequentially Estimating the Mean in a Normal Distribution Having Equal Mean and Variance. *Sequential Analysis* **23**, 4 (2004), 625–665.
2. Kachiashvili, K.J. Constrained Bayesian Methods of Hypotheses Testing: A New Philosophy of Hypotheses Testing in Parallel and Sequential Experiments. Nova Science Publishers, New York, 2018.

წრფივი მეორე რიგის შექცეული სტოქასტურ-დიფერენციალური განტოლების (2BSDE) ამოხსნა მარკოვულ შემთხვევაში

ბესიკ ჩიქვინიძე

ქართულ ამერიკული უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ვ. ჭავჭავაძის სახელობის კიბერნეტიკის
ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის
დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
email: beso.chiqvinidze@gmail.com

შევისწავლით მეორე რიგის წრფივ სტოქასტურ-დიფერენციალურ განტოლებებს მარკოვულ შემთხვევაში. პირველ რიგში განვმარტავთ 2BSDE-ს და ვიტყვით თუ რას ვუწოდებთ მის ამონახსნს. წრფივი 2BSDE-ს ამოსახსნელად კი გამოვიყენებთ ჩვეულებრივი სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების ამონახსნს და სპეციალურ ფუნქციაში მისი ჩასმით მივიღებთ 2BSDE-ს ამონახსნს როგორც შემთხვევითი პროცესების სამეულს.

უწყვეტ გარემოთა მექანიკის სექცია

ხელმძღვანელი – გიორგი ჯაიანი

თანახელმძღვანელი – ნატალია ჩინჩალაძე

თერმოდრეკადი სხეულების ორფაზიანი დაგვიანებით მოდელის მაღალი რიგის აპროქსიმაციების გამოკვლევა

გია ავალიშვილი¹, მარიამ ავალიშვილი²

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
თბილისი, საქართველო,
email: gavalish@yahoo.com

²საქართველოს უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: mavalish@yahoo.com

ნაშრომში შესწავლილია თერმოდრეკადი სხეულების სხვადასხვა არაკლასიკური დინამიკური სამგანზომილებიანი მოდელები, რომლებიც დამოკიდებულია ორ ფაზის დაგვიანების პარამეტრზე. განხილული მოდელები წარმოადგენენ თერმოდრეკადი სხეულების განზოგადებული მოდელის სხვადასხვა მაღალი რიგის აპროქსიმაციებს რომელშიც სითბოს გავრცელების კლასიკური ფურიეს კანონი შეცვლილია ორფაზიანი დაგვიანებით სითბოს გავრცელების დ. ცოუს [1] მიერ შემოთავაზებული მოდელით, სადაც ერთი ფაზის დაგვიანება შეესაბამება ტემპერატურის გრადიენტს და განპირობებულია მიკროსტრუქტურული ურთიერთქმედებებით როგორცაა ფონონის გაბნევა ან ფონონ-ელექტრონის ურთიერთქმედებები, ხოლო მეორე შეესაბამება სითბოს ნაკადს და განიხილება როგორც თერმული ინერციის სწრაფი გარდამავალი ეფექტებით გამოწვეული რელაქსაციის დრო. ნაშრომში შესწავლილი მოდელები წარმოადგენენ ორი ფაზის დაგვიანებით ჩანდრასეკარაია-ცოუს მოდელის [2] განზოგადებას, რომელიც თავის მხრივ არის მხოლოდ ერთი სითბოს ნაკადის ფაზის დაგვიანებით ლორდ-შულმანის [3] მოდელის მოდიფიკაცია და განზოგადება. მიღებულია შერეული სასაზღვრო პირობებით ზოგადი სამგანზომილებიანი საწყის-სასაზღვრო ამოცანების ვარიაციული ფორმულირებები შესაბამის დროითი ცვლადის მიმართ ვექტორული განაწილებების სივრცეებში მნიშვნელობებით სობოლევის სივრცეებში, დამტკიცებულია ამონახსნების არსებობა და ერთადერთობა, ენერგეტიკული იგივეობები და ამონახსნების უწყვეტად დამოკიდებულება მონაცემებზე.

ლიტერატურა

1. Tzou, D.Y. A unified approach for heat conduction from macro to micro-scales. J. Heat Transfer, **117** (1995), 8-16.
2. Chandrasekharaiah, D.S. Hyperbolic thermoelasticity: a review of recent literature. Appl. Mech. Reviews, **51** (1998), 705-729.
3. Lord, H.W., Shulman, Y. A generalized dynamical theory of thermoelasticity. J. Mech. Phys. Solids, **15** (1967), 299-309.

ძირითადი სასაზღვრო ამოცანები წრიული რგოლისათვის სამგვარი სიცარიელით

ბაკურ გულუა^{1,2}, გურანდა ჩარქსელიანი²

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი,
თბილისი, საქართველო
email: bak.gulua@gmail.com

²სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: g.charkseliani@sou.edu.ge

მოხსენებაში განხილულია დრეკადობის ბრტყელი თეორიის ძირითადი სასაზღვრო ამოცანები წრიული რგოლისათვის სამგვარი სიცარიელით [1, 2]. შესაბამისი განტოლებათა სისტემის ზოგადი ამონახსნი წარმოდგება კომპლექსური ცვლადის ორი ანალიზური ფუნქციისა და სამი ჰელმჰოლცის განტოლების ამონახსნის საშუალებით. მიღებული ამონახსნების საშუალებით ამოხსნილია დრეკადობის ბრტყელი თეორიის ამოცანები წრიული რგოლისათვის ანალიზურად.

ლიტერატურა

1. Svanadze, M.: On the linear equilibrium theory of elasticity for materials with triple voids. The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, **71**, 3 (2018), 329–348.
2. Muskhelishvili, N.I.: Some basic problems of the mathematical theory of elasticity. "Nauka", Moscow (1966).

ექსცენტრული წრიული რგოლის დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის შესწავლა

ნათელა ზირაქაშვილი

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის
გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო,
email: natela.zirakashvili@tsu.ge

დრეკადობის თეორიის ორგანოზომილებიანი სტატიკის სასაზღვრო ამოცანების ანალიზური (ზუსტი) ამონახსნები აგებულია ბიპოლარულ კოორდინატებში ერთგვაროვანი იზოტროპული სხეულებისათვის, რომელიც შემოსაზღვრულია ბიპოლარულ კოორდინატთა სისტემის საკოორდინატო წირებით. კერძოდ, განხილულია ექსცენტრული წრიული რგოლისათვის ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანა. ბიპოლარულ კოორდინატებში ჩაწერილია წონასწორობის განტოლებათა სისტემა და ჰუკის კანონი. ნაშრომში დრეკადობის თეორიის ბრტყელი ამოცანა ამოხსნილია ძაბვებში: ა) ბიპოლარულ კოორდინატებში ძაბვის ფუნქციითაა გამოსახული ძირითადი ფორმულები; ბ) განხილულია სასაზღვრო ამოცანები ექსცენტრული წრიული ნახევარგოლისათვის, როდესაც დიამეტრულ საზღვარზე სიმეტრიის ან ანტისიმეტრიის პირობებია მოცემული. ზუსტი ამონახსნები მიღებულია ცვლადთა

განცალკეების მეთოდით. წარმოდგენილია ექსცენტრული წრიული ნახევარგოლისათვის ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანის რიცხვითი შედეგების შესაბამისი გრაფიკები.

დრეკადობის ბრტყელი თეორიის თანაბრადმტკიცე კონტურის მოძებნის ამოცანა რომბისათვის

გიორგი კაპანაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის
გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: kapanadze.49@mail.ru

განხილულია თანაბრადმტკიცე კონტურის მოძებნის ამოცანა რომბისათვის, რომლის საზღვარზე მოქმედებენ შტამპები მათზე მოდებული ცნობილი მთავარი ვექტორის მქონე ნორმალური ძაბვებით, ხოლო სამიებული კონტური თავისუფალია გარეგანი დატვირთვებისგან და მისი თანაბრადმტკიცის პირობა გულისხმობს მასზე ტანგენციალური ნორმალური ძაბვის მუდმივობას.

კონფორმულ ასახვათა და ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის საფუძველზე ამოცანა მიყვანილია კელდიშ-სედოვის ამოცანაზე და ამ უკანასკნელის ეფექტურად ამოხსნის გზით სამიებული კონტურის განტოლება აგებულია ანალიზური ფორმით. მოყვანილია კონტურის სახე პირველი მიახლოებით.

ელექტროგამტარი ბლანტი უკუმში სითხის პულსაციური დინება სითბოგადაცემით

ბადრი ცუცქირიძე¹, ლევან ჯიქიძე², მარი ცუცქირიძე³, ეკა ელერდაშვილი¹

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი

თბილისი, საქართველო

emails: b.tsutskiridze@mail.ru, btsutskiridze@yahoo.com, ek.Elerdashvili@yahoo.com

²საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საინჟინრო მექანიკისა და მშენებლობის

ტექნიკური ექსპერტიზის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო

email: levanjigidze@yahoo.com

³კავკასიის უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

³გრენობილის უნივერსიტეტი, საფრანგეთი

email: Tsutskiridzegrenobleem@gmail.com

უკანასკნელ წლებში დიდ ინტერესს იწვევს სითბური მოვლენები მიწებში, როდესაც მოქმედებს გარეგანი მაგნიტური ველი. ნაშრომში შესწავლილია ელექტროგამტარი ბლანტი არაკუმშვადი სითხის არასტაციონარული დინება ორ იზოთერმულ კედელს შორის სითბოგადაცემით. ნაჩვენებია, თუ როგორ მოქმედებს გარეგანი ერთგვაროვანი მაგნიტური ველი სითბოგადაცემაზე წნევის მუდმივი დაცემისას და სითხის მუდმივი ხარჯის დროს. გამოვლენილია არსებითი დამოკიდებულება სითხის ნაკადის ტემპერატურასა, ნუსელტის რიცხვსა, გარეგანი მაგნიტური ველის სიდიდესა და ბრტყელი მილის კედლების ელექტრონულ გამტარებლობას შორის

ნაპოვნია სითხის ფიზიკური მახასიათებლები.

ქირალური ფოროვანი პრიზმული გარსების თერმოდრეკადი დეფორმაციის იერარქიული მოდელები

გიორგი ჯაიანი

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის

ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი & ზუსტ და

საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო

email: george.jaiani@gmail.com

მოხსენება ეძღვნება განზომილების რედუქციის ილია ვეკუას მეთოდის ([1], [2]) გამოყენებით იერარქიული მოდელების აგებას ქირალური ფოროვანი პრიზმული გარსების თერმოდრეკადი დეფორმაციის შემთხვევისთვის. განსაკუთრებული ყურადღება ექცევა პრიზმულ გარსებს, რომლებსაც აქვთ სამგანზომილებიანი კუთხოვანი არეების ფორმა და აქედან გამომდინარე მათემატიკური და ფიზიკური თავისებურებების შესწავლას, რამდენადაც განზომილების რედუქციის სამგანზომილებიანი სივრცითი სინგულარობა გარდაიქმნება ორგანზომილებიან არეებში მმართველი განტოლებების სინგულარობაში და საჭირო ხდება

სასაზღვრო ამოცანების დასმის თავისებურებების შესწავლა, დეფორმაციის გრადიენტული თეორიის განტოლობების გამოყენებით [3].

ლიტერატურა

1. Vekua, I. On a way of calculating of prismatic shells (Russian), Proceedings of A. Razmadze Institute of Mathematics of Georgian Academy of Sciences, **21** (1955), 191-259.
2. Vekua, I. Shell Theory: General Methods of Construction, Pitman Advanced Publishing Program, Boston-London, Melbourne, 1985.
3. Mindlin, R.D., Eshel, N.N. On first strain-gradient theories in linear elasticity, Int. J. Solids Structures, **4** (1968,), 109-124.

მუდმივი კუთხური სიჩქარით მბრუნავი ფოროვანი დისკების დრეკადი წონასწორობის შესახებ

რომან ჯანჯღავა

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის
გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: roman.janjgava@gmail.com

მოხსენებაში განიხილება ფოროვანი დისკების დრეკადი წონასწორობა, რომლებიც ბრუნავენ საკუთარ სიბრტყეში ცენტრის გარშემო, მუდმივი კუთხური სიჩქარით. წრიული და კონცენტრული წრიული რგოლის ფორმის დისკების შემთხვევაში მიღებულია შესაბამის სასაზღვრო ამოცანათა ანალიზური ამონახსნები. შემდგომ წარმოდგენილია განსახილველი ტიპის სასაზღვრო ამოცანების მიახლოებითი ამონახსნის აგების ალგორითმი, რომლის საფუძველზეც ამოხსნილია რამდენიმე ამოცანა. წონასწორობის ორგანოზომილებიანი სამუშაო განტოლობები ფირფიტებისათვის სიცარიელეებით მიღებულია კოვინ-ნუნციატოს სამგანზომილებიანი მოდელის [1] რედუცირებით მიმდევრობითი გაწარმოების მეთოდით. ნახსენები მეთოდი ი. ვეკუას მიერ იყო დაფუძნებული [1]. ამოცანების ანალიზური და მიახლოებითი ამონახსნების მისაღებად გამოყენებულია, შესაბამისად, ნ. მუსხელიშვილის მეთოდი [3] და ფუნდამენტურ ამონახსნთა მეთოდი [4-6].

ლიტერატურა

1. Cowin, S.C., Nunziato, J.W. Linear elastic materials with voids. J. Elast., **13** (1983), 125-147.
2. Vekua, I.N. Shell Theory: General Methods of Construction. Pitman Advanced Publishing Program, Boston-London-Melbourne, 1985.
3. Muskhelishvili, N.I. Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, Noordhoff, Groningen, Holland, 1953.
4. Kupradze V.D., Aleksidze, M.A. The method of functional equations for the approximate solution of certain boundary value problems. USSR Comput. Math. & Math. Phys., **4**, 4 (1964), 82-126.

5. Aleksidze, M.A. Fundamental Functions in Approximate Solutions of Boundary Value Problems, Nauka, Moscow, Russia, 1991 (Russian).
6. Janjgava, R. Approximate solution of plane problems about stress concentrations in elastic bodies with voids, J. Eng. Math., **144**, 17 (2024). <https://doi.org/10.1007/s10665-023-10313-3>.

მათემატიკური მოდელირებისა და გამოთვლითი მათემატიკის სექცია

ხელმძღვანელები – თეიმურაზ დავითაშვილი, თამაზ ვაშაყმაძე, ჯემალ როგავა
თანახელმძღვანელი – არჩილ პაპუკაშვილი

განსხვავებული კონსტრუქციის მქონე ფენოვანი ბრუნვითი გარსების ელემენტებისაგან შედგენილი კონსტრუქციის დეფორმირებული მდგომარეობის რიცხვითი ანალიზი

ედისონ აბრამიძე, ელენე აბრამიძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნ. მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი
მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
emails: edisoni.abramidze@mail.ru, el.abramidze@mail.ru

განვიხილება ზედაპირული ძალის ზეგავლენით გამოწვეული ორთოტროპული ფენოვანი კონსტრუქციის, რომელიც აგებულია სფერული და ცილინდრული გარსების ელემენტებისაგან, დეფორმაციის ამოცანის რიცხვითი ანალიზი განსხვავებული თეორიების საფუძველზე. განხილული თეორიები აგებულია ტეხილთა ჰიპოთეზის გათვალისწინების საფუძველზე, როგორც წრფივი, ასევე არაწრფივი დეფორმაციების შემთხვევაში.

მოყვანილია ფენოვანი კონსტრუქციის დეფორმაციის კერძო მაგალითი. ამ მაგალითში განხილულია კიდურებით ხისტად ჩამაგრებული ორთოტროპული სამფენოვანი კონსტრუქციის დეფორმაციის ამოცანა ნორმალური ზედაპირული ძალის ზემოქმედების შემთხვევაში.

განსხვავებული თეორიების საფუძველზე ჩატარებულია მოყვანილი მაგალითის რიცხვითი რეალიზაცია. მიღებული რიცხვითი შედეგების შედარება იძლევა ფენოვანი კონსტრუქციის დეფორმაციის პროცესის შედარების საშუალებას.

წრფივი გადაადგილების ამოცანის საწყისი რელაქსაციური მრავალწახნაგას არამთელი წვერო და შესაბამისი ფასეტები. მაგალითი

გიორგი ბოლოთაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ვ. ჭავჭავაძის სახელობის კიბერნეტიკის
ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: bolotashvili@yahoo.com

თუ NP სირთულის წრფივი გადაადგილების ამოცანს დავიყვანთ წრფივ მთელრიცხვა პროგრამირების ამოცანაზე, მაშინ ამოცანის ამოხსნის დროს

მნიშვნელოვან როლს თამაშობს საწყისი რელაქსაციური მრავალწახნაგას არამთელი წვეროების და შესაბამისი ფასეტური კვეთების კვლევები. შრომაში განიხილება საწყისი რელაქსაციური მრავალწახნაგას არამთელი წვეროს მაგალითი და ნაჩვენებია თუ როგორ ვაგება წრფივი გადაადგილების მრავალწახნაგას შესაბამის ფასეტურ კვეთებს.

შემფოთებათა ალგორითმი ევოლუციური განტოლებისთვის მაღალი რიგის სასრულ-სხვაობიანი აპროქსიმაციის რეალიზაციისთვის

დავით გულუა

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

email: d_gulua@gtu.ge

განხილულია კოშის ამოცანა ევოლუციური განტოლებისთვის. წარმოებულისთვის მაღალი რიგის სასრულ-სხვაობიანი აპროქსიმაციის ფორმულების საფუძველზე აგებულია შემფოთებათა ალგორითმი დასმული ამოცნისთვის (შემფოთებათა ალგორითმის შესახებ იხილეთ შრომები [1]-[4]). შემოთავაზებული ალგორითმისთვის შესწავლილია აპროქსიმაციისა და კრებადობის საკითხები.

ლიტერატურა

1. Agoshkov V.I., Gulua D.V. A Perturbation Algorithm for the Realization of Finite-Dimensional Approximations of Problems (in Russian), Otd. Vychisl. Mat. Akad. Nauk SSSR, Moscow, 1990.
2. Rogava J.L., Gulua D.V. Perturbation Algorithm for Implementing a Finite-Difference Approximation to an Abstract Evolutionary Problem and Explicit Error Estimation of Its Solution. Doklady Mathematics, **89**, 3 (2014), 335-337.
3. Gulua D.V., Rogava J.L. On the perturbation algorithm for the semi-discrete scheme for the evolution equation and estimation of the approximate solution error using semigroups. Computat. Math. and Math. Phys., **56**, 7 (2016), 1269-1292.
4. Rogava J., Gulua D. The perturbation algorithm for realization of four-layer semi-discrete solution scheme of an abstract evolutionary problem. //Georgian Mathematical Journal, **25**, 1 (2018), 77-92.

ნიადაგის თბოგამტარობის არაწრფივი თეორიის გამოყენება გვალვის დროს მიმდინარე პროცესების შესასწავლად

თეიმურაზ დავითაშვილი¹, დიმიტრი ამილახვარი², ოლეგ ხარშილაძე³, გიორგი რუხაია¹, მერი შარიქაძე¹

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი.ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
emails: tedavitashvili@gmail.com, TheGR1992@gmail.com, meri.sharikadze@tsu.ge

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მ. ნოდის სახელობის გეოფიზიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: ditoamilaxvari@gmail.com

³ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
თბილისი, საქართველო
email: oleg.khaeshiladze@tsu.ge

კარგად შემუშავებული მოდელი ითვლება მძლავრ ინსტრუმენტად ცოდნის კონკრეტულ სფეროებში დასმული ამოცანის შესასწავლად და სწორი რაციონალური გადაწყვეტილებების მისაღებად. საქართველოს კონკრეტულ რაიონებში გვალვაზე პასუხისმგებელი თერმული და ადვექციურ-დინამიკური ფაქტორების გამოსავლენად ამ კვლევაში ვიყენებთ ნიადაგის თბოგამტარობის არაწრფივ თეორიას გვალვის დროს მიმდინარე პროცესების შესასწავლად საქართველოს ყველაზე აღმოსავლეთ და სამხრეთ რეგიონებში. გვალვის მათემატიკური მოდელით, რომელიც დაფუძნებულია არაწრფივ კერძო-წარმოებულთან დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირებაზე შესაბამისი საწყისი და სასაზღვრო პირობებით, შესწავლილია გვალვაზე პასუხისმგებელი თერმული და ადვექციურ-დინამიკური ფაქტორები როგორც ანალიტიკური, ასევე რიცხვითი ინტეგრირების მეთოდებით. მოდელმა აჩვენა, რომ ნიადაგში მიმდინარე არაწრფივი თერმული პროცესი იწვევს მის სტრუქტურულ ცვლილებას და ამის თავიდან ასაცილებლად აუცილებელია ისეთი ზომების მიღება, რომლებიც შეამცირებს მზის რადიაციის დატვირთვას ნიადაგზე და სათბურის ეფექტის ჩაქრობას მის აქტიურ ფენაში.

მადლობა. წინამდებარე ნაშრომი შესრულებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტის No FR-22-18445 ფარგლებში.

დუშეთის ობსერვატორიის გეომაგნიტური მონაცემების ანალიზი მანქანური სწავლების მოდელებით 2024 წლის ძლიერი მაგნიტური ქარიშხლების დროს

ხათუნა ელბაქიძე^{1,4}, ოლეგ ხარშლადზე², ლუკა სორისო-ვალვო³, ლუკა წულუკიძე²,
ალექსანდრე ღურჭუმელია², თეიმურაზ მათიაშვილი²

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი.ვეკუას სახელობის
გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მ. ნოდის სახელობის
გეოფიზიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

³CNR- პლაზმის ფიზიკის სამეცნიერო ტექნოლოგიური ინსტიტუტი, ბარი, იტალია,

⁴ბიზნესისა და ტექნოლოგიების უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
emails: Khatuna.chargazia@gmail.com, oleg.khaeshiladze@tsu.ge

გეომაგნიტური ქარიშხალი, დედამიწის მაგნიტოსფეროში ძლიერი შემფოთებები, საფრთხეს უქმნის როგორც საკომუნიკაციო ტექნოლოგიებს, ასევე - ადამიანის ჯანმრთელობას. წარმოდგენილ ნაშრომში გაანალიზებულია დუშეთის ობსერვატორიის მონაცემები ინტენსიური პერიოდის განმავლობაში 2024 წლის გეომაგნიტური შტორმებისას, მათ შორის - 11 მაისის ძლიერი მაგნიტური ქარიშხალი. კვლევისას გამოყენებულ იქნა მანქანური სწავლების მოდელები ისეთი, როგორიცაა ჯვარედინი კორელაცია, ტალღის თანმიმდევრულობა და დეტენდირებული ოსცილაციების ანალიზი, რომელთა გამოყენებითაც გამოვლენილ იქნა პლანეტათაშორისო მაგნიტური ველის (IMF) პლაზმურ პარამეტრებსა და გეომაგნიტური ველის ჰარსტის H- კომპონენტს შორის ძლიერი კავშირები. შედეგები ცხადყოფს მნიშვნელოვან კორელაციას და თანმიმდევრულობას მზის ქარსა და გეომაგნიტურ ველს შორის, შტორმის წინ ა პერიოდში დაფიქსირებული შესამჩნევი თანმიმდევრობით. პლაზმური β ანალიზი, რომელიც მოიცავს 12 საათიან ჩამორჩენას, ვარაუდობს მის პოტენციურ როლს, როგორც გეომაგნიტური ქარიშხლების პროგნოზირების შესაძლო ინსტრუმენტს.

ლიტერატურა

1. Jordi Diaz. Monitoring may 2024 solar and geomagnetic storm using broadband seismometers. Scientific Reports, **14**, 1 (2024), 1–13.
2. Masahisa Sugiura and Poros, DJ Hourly values of equatorial Dst for the years 1957 to 1970. NASA, Goddard Space Flight Center, 1971.
3. Kenro Miyamoto. Plasma physics and controlled nuclear fusion, volume 38. Springer Science & Business Media, 2005.
4. Breus, TK., Halberg, G. and Cornelissen, G. Effect of solar activity on the physiological rhythms of biological systems. Biofizika, 40(4):737–748, 1995. [5] LF Chernogor. Physics of geospace storms. Space Science and Technology, **27**, 1 (2021).

გარსებისათვის დაზუსტებულ თეორიათა კლასის აგების შესახებ

თამაზ ვაშაკმაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მათემატიკის
დეპარტამენტი და ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი

თბილისი, საქართველო

email: tamazvashakmadze@gmail.com

ჩვენს მიერ ადრე აგებულ იქნა [3] კონტინუუმის სიმძლავრის ე.წ. “დაზუსტებულ თეორიათა” კლასი ფირფიტებისათვის არამარტო დრეკადი სხეულების შემთხვევაში. ღუნვის შემთხვევაში ასეთი რაოდენობა განაპირობა ამ კლასისათვის ორ ცვლადზე დამოკიდებული პარამეტრის შემოყვანამ, რომლის უმარტივესი შერჩევით მიიღება ლიტერატურაში ყველა ცნობილი, მათ შორის კლასიკური სოფი ჟერმენის თეორია. დრეკადი ფირფიტებისათვის თეორიათა ასეთი სიმრავლე განაპირობა გეომეტრული და ფიზიკური ხასიათის გამმარტივებელ ჰიპოთეზათა დიდი ოდენობით შემოყვანამ, რაც დრეკადი გარსებისათვის გამოირიცხა. ამ ეტაპზე არსებობს დრეკად გარსთა რამოდენიმე თეორია (იხ. მაგალითად, ფ. სიარლესა [1] და ი. ვეკუას [4] მონოგრაფიები). მოხსენებაში, ს. ლუკასევიჩისა [2] და ი. ვეკუას [4] შედეგების გამოყენებით, წარმოდგენილ იქნება პარამეტრებზე დამოკიდებული ორგანზომილებიან მოდელთა კლასი, ღუნვისა და გაჭიმვა-შეკუმშვის ამოცანებისათვის, რამდენადაც ამ მოვლენების აღმწერი განტოლებები გარსისათვის არ იხლიჩება.

ლიტერატურა

1. Ciarlet, Ph. G. Mathematical Elasticity, Vol. III: Theory of Shells. North-Holland, Amsterdam, 2000.
2. Lukasiewicz, S. Local Loads in Plates and Shells, PWN Polish Scientific, Warszawa, 1979.
3. Vashakmadze, T. S. The Theory of Anisotropic Elastic Plates, Vol. 476 of Mathematics and Its Applications, Springer, Berlin, 1999.
4. Vekua, I.N. Shell Theory: General Methods of Construction. Pitman Advanced Publishing Program, Boston-London-Melbourne, 1985.

ასიმპტოტური გაშლის ალტერნატიული მეთოდი

თამაზ ვაშაკმაძე¹, გიორგი ბუჟღულაშვილი²

¹ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის
დეპარტამენტი და ი.ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი,
საქართველო.

email: tamazvashakmadze@gmail.com

²ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი.ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო.

email: giorgi.buzhghulashvili570@ens.tsu.edu.ge

[1,2] შრომაზე დაყრდნობით, წრფივი ოპერატორული დიფერენციალური განტოლებისთვის განვხილავთ ასიმპტოტური მიახლოების მეთოდის ანალოგს ორთოგონალური პოლინომების გამოყენებით. კლასიკურად, ასიმპტოტური მეთოდი ამონახსნს წარმოადგენს ხარისხოვან მწკრივს პარამეტრის მიმართ კონკრეტული წერტილის მიდამოში, ხოლო ორთოგონალური პოლინომების გამოყენებით ვპოულობთ პარამეტრისათვის ინტერვალურ მიახლოებას, რომელიც იგება ცხადი ფორმულებით რეკურენტული ფორმულების გამოყენებით. სხვადასხვა ორთოგონალური პოლინომებით მიღებული მიახლოებითი ამონახსნები წარმოდგენილი იქნება ცხრილების სახით და მოყვანილი იქნება შედარებითი ანალიზი კლასიკურ მეთოდთან მიმართებაში.

ლიტერატურა

1. Vashakmadze, T.S. The Theory of Anisotropic Elastic Plates, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/ Boston/ London, 1999, xv+243p. Publisher Springer, Hardcover ISBN 978-0-7923-5695-0.
2. Vashakmadze Tamaz; Vashakmadze Tamara. On homogeneity of Vekua theory of plates and shells for anizotropic nonhomogeneous mediums. Reports of enlarged session of the seminar of VIAM, **8**, 2, (1993), 107-110.

ეფექტური სიბლანტის წნევაზე დამოკიდებულების შემთხვევაში ჯ. ბოლის ძელის განტოლების მიახლოებითი ამოხსნის შესახებ

არჩილ პაპუკაშვილი^{1,2}, გიორგი გელაძე¹, მერი შარიკაძე¹

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის

ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი

თბილისი, საქართველო

²საქართველოს უნივერსიტეტის მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების სკოლა

თბილისი, საქართველო

emails: archil.papukashvili@tsu.ge, giorgi.geladze@tsu.ge, meri.sharikadze@tsu.ge

წარმოდგენილი ნაშრომი არის უშუალო გაგრძელება [1]-[5] სტატიების, რომლებშიც განხილულია საწყის-სასაზღვრო ამოცანა ჯ. ბოლის ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებისთვის, რომელიც აღწერს ძელის დინამიკურ მდგომარეობას. [1]-[2] სტატიებში ალგორითმი აპრობირებულია ტესტურ მაგალითებზე. ნაშრომში [3]-[5] და მოცემულ ნაშრომში წარმოდგენილია ერთი პრაქტიკული ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნის საკითხები, კერძოდ, კონკრეტული რკინის ძელისთვის მოყვანილია საწყის-სასაზღვრო ამოცანის რიცხვითი გათვლების შედეგები. წარმოდგენილ ნაშრომში განხილულია შემთხვევა, როდესაც ეფექტური სიბლანტე დამოკიდებულია წნევაზე. რიცხვითი რეალიზაციის შედეგები თვისობრივად დამაკმაყოფილებლად აღწერს განსახილველ პროცესს.

ლიტერატურა

1. Papukashvili, A., Papukashvili, G., Sharikadze, M. Numerical calculations of the J. Ball nonlinear dynamic beam. Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math. **32** (2018), 47-50.
2. Papukashvili, A., Papukashvili, G., Sharikadze, M. On a numerical realization for a Timoshenko type nonlinear beam equation. Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math. **33** (2019), 51-54.
3. Papukashvili, A., Geladze, G., Vashakidze, Z., Sharikadze, M. On the Algorithm of an Approximate Solution and Numerical Computations for J. Ball Nonlinear Integro-Differential Equation. Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math. **36** (2022), 75-78.
4. Papukashvili, A., Geladze, G., Vashakidze, Z., Sharikadze, M. Numerical solution for J. Ball's beam equation with velocity – dependent Effective viscosity. Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math. **37** (2023), 35-38.
5. Papukashvili, A., Geladze, G., Sharikadze, M. On the approximate solution of the J. Ball's beam equation in the case of temperature dependence of effective viscosity. Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math. **38** (2024), 66-69.

მიახლოებითი ამოხსნის სქემა ერთი არაწრფივი აბსტრაქტული ჰიპერბოლური განტოლებათა სისტემისთვის

ჯემალ როგავა¹, ზურაბ ვაშაკიძე²

¹ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
ზუსტი და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი,

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: jemal.rogava@tsu.ge

²საქართველოს უნივერსიტეტის ვ. კუპრამის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი,

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის,
თბილისი, საქართველო
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
emails: zurab.vashakidze@gmail.com; z.vashakidze@ug.edu.ge

ჰილბერტის სივრცეში განხილულია კომის ამოცანა არაწრფივი აბსტრაქტული
ჰიპერბოლური განტოლებათა სისტემისთვის რომელიც დაკავშირებულია ძელის
არაწრფივი რხევის ტიმოშენკოს ცნობილ მოდელთან. ამ ამოცანის მიახლოებითი
ამოხსნისთვის აგებულია ლოკალურად წრფივი, სიმეტრიული, სამშრიანი,
ნახევრადდისკრეტული სქემა. გამოკვლეულია ამ სქემის მდგრადობა და კრებადობა.
ნაჩვენებია, რომ ამონახსნთა გლუვ კლასში კრებადობის რიგი არის კვადრატული
დროითი ბიჯის მიმართ.

არაწრფივი საწყისი და დროზე დამოკიდებული სასაზღვრო პირობებით სიმისა და ძელისათვის ამოცანების ამოხსნის მეთოდის კომპიუტერული შემოწმება

ჯემალ ფერაძე¹, ნიკოლოზ კაჭახიძე²

¹ი. ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: jemal.peradze@tsu.ge

²საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: n.kachakhidze@gtu.ge

[1] და [2]-ში განიხილება შესაბამისად, სიმის და ძელის არაწრფივი ინტეგრირ-
დიფერენციალური განტოლებები საწყისი და დროზე დამოკიდებული სასაზღვრო
პირობებით. აგებულია ალგორითმები მითითებული ამოცანების მიახლოებითი
ამონახსნების ასაგებად. წინამდებარე ნაშრომში ამ ალგორითმების კომპიუტერული
შემოწმება ხორციელდება ტესტურ მაგალითებზე.

ლიტერატურა

1. Peradze, J. A method of solution of an initial and time dependent boundary value problem for a dynamic string nonlinear differential equation. Appl. Math., Inform., Mech., Tbilisi State Univ., **29** (2024), 25-34.
2. Kalichava, Z., Peradze, J., Tsiklauri, Z. Solution method for an initial and time dependent boundary value problem for a dynamic beam Kirchhoff type nonlinear differential equation, 2025, 10p. (to appear).

კირხჰოფის ტიპის დინამიკური ძელის არაწრფივი დიფერენციალური განტოლების საწყის და დროზე დამოკიდებული სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნის ერთი მეთოდის შესახებ

ზვიად ყალიჩავა¹, ჯემალ ფერაძე², ზვიად წიკლაური³

¹საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის
გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: zviadi.kalichava@gmail.com

²ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
თბილისი, საქართველო
email: jemal.peradze@tsu.ge

³საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: zviad_tsiklauri@yahoo.com

განხილულია საწყის-სასაზღვრო ამოცანა კირხჰოფის ტიპის ძელის არაწრფივ ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებისათვის, როცა სასაზღვრო პირობები არაერთგვაროვანია. პრობლემა დაყვანილია უფრო რთული ამოცანის ამოხსნაზე, რომლის სასაზღვრო პირობები ერთგვაროვანია. მიღებული ამოცანის მიახლოებითი ამონახსნის საპოვნელად გამოყენებულია რიცხვითი მეთოდი, რომელიც წარმოადგენს გალიორკინის მეთოდის, კრანკ-ნიკოლსონის სხვაობიანი სქემის და იაკობ-კარდანოს იტერაციული პროცესის კომბინაციას.

დასასრულს აღწერილია დამხმარე ამოცანის ამონახსნის საშუალებით საწყისი ამოცანის ამონახსნის მიახლოებითი მნიშვნელობის მიღება.

ქართული, კოლხური და სვანური მოსახლეობების ურთიერთქმედების კომპიუტერული მოდელირება

თემურ ჩილაჩავა, გია კვაშილავა, გიორგი ფოჩხუა
სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
Emails: temo_chilachava@yahoo.com; gia.kvashilava@tsu.ge; g.pochkhua@sou.edu.ge

წინათ წარმოვადგინეთ პროტოქართველური მოსახლეობის ქართულ, მეგრულ, ლაზურ და სვანურ მოსახლეობებად ტრანსფორმაციის სცენარი ოთხი პერიოდად (ძვ.წ. 5000 წ.-დან–დღემდე). პირველი ორი პერიოდის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელირების შედეგები ადრე გამოვაცხევეთ [1-3].

მესამე პერიოდის (ძვ. წ. X–I სს.) მათემატიკური მოდელი სამგანზომილებიანი არაწრფივი დინამიური სისტემით აღიწერება, რომლისთვის მუდმივი კოეფიციენტების შემთხვევებში პირველი ინტეგრალები ნაპოვნია და დამტკიცებულია შესაბამისი თეორემები ქართული, კოლხური და სვანური მოსახლეობების თანაცხოვრების შესახებ.

ამ ნაშრომში წარმოდგენილია მესამე პერიოდის ცვლადკოეფიციენტებიანი (მაჩვენებლიანი და ტრიგონომეტრიული ფუნქციები) სისტემის კომპიუტერული მოდელირების ექსპერიმენტების შედეგები, რომელიც სამი ჯგუფად დაიყო:

1. კოლხური მოსახლეობა თავდაპირველად 2 მლნ-დან 2,2 მლნ-მდე გაიზარდა, შემდეგ კი 1,8–1,7 მლნ-მდე შემცირდა; ქართული მოსახლეობა 1,5 მლნ-დან 2–2,07 მლნ-მდე განუწყვეტლივ გაიზარდა და კოლხურს რაოდენობრივად გაუტოლდა (ძვ.წ. III–II სს-ში), ხოლო სვანური კი ასიმილაციის შედეგად 0,3 მლნ-დან 0,24 მლნ-მდე მუდამ კლებულობდა;

2. კოლხური მოსახლეობა 2 მლნ-დან 1,7 მლნ-მდე სულ მცირდებოდა; ქართული 1,5 მლნ-დან 2–2,04 მლნ-მდე მუდამ იზრდებოდა და კოლხურს რაოდენობრივად გაუტოლდა (ძვ.წ. III ს-ში), ხოლო სვანური 0,3 მლნ-დან 0,23 მლნ-მდე მცირდებოდა;

3. კოლხური 2 მლნ-დან 2,18 მლნ-მდე სულ იზრდებოდა; ქართული 1,5 მლნ-დან 2,4–2,45 მლნ-მდე მუდამ იზრდებოდა და კოლხურს გაუტოლდა (ძვ.წ. IV–III სს-ში), ხოლო სვანური 0,3 მლნ-დან 0,235 მლნ-მდე კლებულობდა.

ისტორიული წყაროების გათვალისწინებით, ვვარაუდობთ, რომ პირველი შემთხვევა განხორციელდა, რაც თანხვედრაშია მათემატიკური მოდელის მუდმივი კოეფიციენტების შემთხვევაში მიღებულ ანალიტიკურ შედეგებთან და დასკვნებთან.

ლიტერატურა

1. Chilachava, T.; Kvashilava, G.; Pochkhua, G. Mathematical model describing the transformation of the Proto-Kartvelian population, *Journal Mathematical Sciences (N.Y.)*, 2024, 280, pp. 300–308
2. Chilachava, T.; Kvashilava, G.; Pochkhua, G. Mathematical and computer models of the transformation of the Proto-Kartvelian populations into Svan and Georgian-Colchian populations. *Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of VIAM*, **38** (2024), 23–26.

3. Chilachava, T.; Kvashilava, G.; Pochkhua, G. Mathematical model for the Proto-Kartvelian population dynamics. Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of VIAM, **37** (2023), 7–10.

იდეალური სითხის დინების შესახებ უსასრულო რეზერვუარში პოლიგონალური ფსკერით

ნინო ხატიაშვილი

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის
გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: ninakhatia@gmail.com

შესწავლილია იდეალური სითხის სტაციონალური ორგანზომილებიანი დინება უსასრულო რეზერვუარში პოლიგონალური ფსკერით. პოლიგონის ერთი წვერო მდებარეობს უსასრულობაში, ხოლო დანარჩენი კუთხეები ცნობილია. დინების სიჩქარე განისაზღვრება კომპლექსური პოტენციალის საშუალებით [1, 2]. კონფორმული ასახვის მეთოდით ჩვენ განვსაზღვრეთ კომპლექსური პოტენციალი ცხადი სახით [3, 4]. მიღებული ფორმულა აჩვენებს, თუ როგორაა დამოკიდებული ნაკადის სიჩქარე პოლიგონის კუთხეებზე. მოყვანილია რამოდენიმე მაგალითი, ნაკადის სიჩქარე და დინების წირები აგებულია პროგრამა “MAPLE” საშუალებით.

ნიუტონისეული უკუმშვადი სითხის სტაციონალური ორგანზომილებიანი დინება უსასრულო არეში შესწავლილია ავტორის მიერ ნაშრომებში [5, 6].

ლიტერატურა

1. Batchelor, G.K. An Introduction to Fluid Dynamics. Cambridge University Press, 1967.
2. Sedov, L.I. Two-dimensional problems in hydrodynamics and aerodynamics. NY: Interscience Publisher, John-Wiley, 1965.
3. Khatiaashvili, N. On some new representations of holomorphic functions in latticed domains, Appl. Math. Inform. Mech., **12** (2007), 87-96.
4. Khatiaashvili, N. The Conformal Mapping Method for the Helmholtz Equation, Integral Methods in Science and Engineering, (C. Constanda, Ed.), Birkhauser, New-York, **1** (2010), 173-177.
5. Khatiaashvili, N. On the Creeping Flow in Prismatic Pipes, IAENG International Journal of Appl. Math., **52** (2022), 1144-1149.
6. Khatiaashvili, N. On one class of solutions of 2D Navier-Stokes equations for the incompressible fluids, Rep. Enlarged Sess. Sem. I. Vekua Inst. Appl. Math, **38** (2024), 43-46.

სარჩევი

მათემატიკის საფუძვლებისა და მათემატიკური ლოგიკის სექცია

ფრიდონ ალშიბაია, რევაზ გრიგოლია

კონსტანტებით წარმოქმნილი თავისუფალი ტემპორალური
გოედელის ალგებრები

3

ლიკა ბერაია

რამდენიმე შენიშვნა წრეწირების მიმართ მაზურკევიჩის ტიპის
სიმრავლეების შესახებ

4

მარიამ ბერიაშვილი, ალექსი კირთაძე

უსასრულოგანზომილებიან წრფივ პოლონურ სივრცეებში
ინვარიანტული ზომების ზოგიერთი თვისების შესახებ

5

შალვა ბერიაშვილი, თამარ ქასრაშვილი

ტოლფერდა მრავალწახნაგების ზოგიერთი ვერსიის შესახებ

5

თენგიზ ტეტუნაშვილი

ტრანსფინიტური ინდუქციის პრინციპი და ზოგიერთი
პარადოქსული წერტილოვანი სიმრავლე

6

მარიამ გობრონიძე, არჩილ ყიფიანი

უსასრულო ასიმეტრიული ხეები და მათი ზოგიერთი გამოყენება

7

ირაკლი ჩიტაია, როლანდ ომანაძე

შენიშვნები კონიუნქციურ დაყვანადობაზე

8

მარიკა ხაჩიძე

კ. კუნენის თეორემის ზოგიერთი გამოყენების შესახებ

9

გამოყენებითი ლოგიკისა და პროგრამირების სექცია

მარიამ დედაბრიშვილი, თამთა ლეკიშვილი, ქეთევან დუნდუა, იუქსელ ექინჯი

ურბანული გარემოს გარდაქმნა: ხელოვნური ინტელექტის გადაწყვეტები
ქალაქის დაგეგმვისა და მართვისთვის

10

ბესიკ დუნდუა, თემურ კუცია

მაღალი რიგის თარგების უნიფიკაცია მსგავსების მიმართებებით

11

ლია კურტანიძე

როგორ შეცვალა ხელოვნურმა ინტელექტმა შრომის ბაზარი

11

ლიანა ლორთქიფანიძე, ანა ჩუტკერაშვილი

ქართულ↔ინგლისური გრამატიკული ლექსიკონის ონლაინ
ინჰლემენტაცია

12

მიხეილ რუხაია	
კიბერ-ფიზიკური სისტემების შემოწმება Maude ენაში	13
ლალი ტიბუა	
τ -ლოგიკის ზოგიერთი თვისების მქონე ფორმულის ზოგადმართებულობის დადგენის ალგორითმი	14

ალგებრისა, გეომეტრიის და რიცხვთა თეორიის სექცია

მიხეილ ამაღლობელი, თენგიზ ბოკოლევაძე, ალექსეი მიასნიკოვი	
2-წარმომქმნელიანი თავისუფალი 2-საფეხურიანი ნილპოტენტური R -ჯგუფის სტრუქტურა როცა $R = Q[t]$	15
თეიმურაზ ვეფხვაძე	
დადებითი მთელი რიცხვების წარმოდგენა ლუწი დისკრიმინანტის ბინარული კვადრატული ფორმებით	16
ილია თავხელიძე, მამანტი როგავა, იოჰან ჰილისი	
“გმლ” სხეულების ქორდალური და რადიალური გაჭრების შედეგების ძირითადი განსხვავებები	17
გოჩა თოდუა	
$T(Vn)$ მხები ფიბრაციის ტენზორული სტრუქტურები	18
ქეთევან შავგულიძე	
ექვსცვლადიანი კვადრატული ფორმებისათვის სფერულ ფუნქციათა და განზოგადებულ თეტა-მწკრივთა სივრცეების შესახებ	18

ნამდვილი ცვლადის ფუნქციათა თეორიის სექცია

თეიმურაზ ახოზაძე	
განზოგადებული სასრული ვარიაციის შესახებ	20
ლერი გოგოლაძე	
ფურიეს ზოგადი მწკრივების კრებადობისა და შეჯამებადობის შესახებ	20
ანა დანელია	
შეუღლებული ფუნქციები და წილადური რიგის სიგლუვის მოდული	21
გიორგი თუთხერიძე, ვახტანგ ცაგარეიშვილი, გიორგი ცაგარეიშვილი	
ფურიეს ზოგადი მწკრივების კრებადობის საკითხი $Lipa$ ($0 < a < 1$) კლასის ფუნქციებისათვის	21
გივი ნადიბაიძეხია	
გადანაცვლებული ორმაგი ბლოკებში ორთონორმირებული სისტემების შესახებ	22

შაქრო ტეტუნაშვილი, თენგიზ ტეტუნაშვილი	
ფუნქციათა სხვადასხვა კლასის წარმომდგენი უნივერსალური ფუნქციების არსებობისა და აპროქსიმაციული თვისებების შესახებ	23
თამაზ ქარჩავა, ალექსანდრე აპლაკოვი	
ფურიეს მწკრივების აბსოლუტურად კრებადობის შესახებ	24

კომპლექსური ანალიზისა და მისი გამოყენებების სექცია

გია გიორგაძე გეგა გულაღაშვილი	
მატრიცული ფუნქციის აპროქსიმაცია და ვექტორული ფიბრაციის კომპლექსური სტრუქტურის დეფორმაცია	26
გიორგი კაკულაშვილი	
კავშირი ჰიპერგეომეტრიულ და ჰოინის დიფერენციალურ განტოლებებს შორის	27
გიორგი მაქაცარია, ნინო მანჯავიძე	
ელიფსურ სისტემათა ერთი გენეტიკური ინვარიანტის შესახებ	27
ნუგზარ მახალდიანი	
ფრაქტალური აღრიცხვა და ინტეგრებადი სისტემები	28
ირაკლი სიხარულაძე	
ჰირცებრუხ-რიმან-როხის თეორემა	28
ვაგნერ ჯიქია	
რეგულარული კულონური ფუნქციები	29

ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისა და ოპტიმალური მართვის სექცია

აკაკი გაბელაია	
საქართველოში საცხოვრებელი უძრავი ქონების ფასების ინდექსის პროგნოზირების გამოცდილება და პროგნოზული შეფასებები	30
ნიკა გორგოძე, ლელა აღმაზიშვილი, ია რამიშვილი	
ამონახსნის წარმოდგენის ფორმულები სამართი ფუნქციონალურ- დიფერენციალური განტოლებისათვის მრავალი მუდმივი დაგვიანებით საწყისი მომენტის ვარიაციისა და უწყვეტი საწყისი პირობის გათვალისწინებით	31
ფრიდონ დვალაშვილი, ალექსანდრე მოსიძე, მიხეილ ნიკოლეიშვილი	
დისბალანსის ოპტიმიზაცია საბაზრო ურთიერთობების ერთი დიფერენციალური მოდელისათვის არაწრფივი ფუნქციონალით და მართვაში დაგვიანებით	32

თამაზ თადუმაძე, თეა შავაძე, აბდელჯალილ ნაშავი	
ამონახსნის ლოკალური წარმოდგენის ფორმულები სამართი ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლებებისთვის მრავალი დაგვიანებით და საწყისი მომენტის ვარიაციისა და წყვეტილი საწყისი პირობის გათვალისწინებით	33
რომან კოპლატაძე	
მაღალი რიგის ჩვეულებრივი წრფივი დიფერენციალური განტოლების ამონახსნების ასიმპტოტური ყოფაქცევის შესახებ	34
ზვიად ყალიჩავა, კახაბერ ოდიშარია, ნონა ჯანიკაშვილი, ვლადიმერ ოდიშარია	
რევმატოიდული ართრიტის იმუნოპათოგენეზისა და კომბინირებული მკურნალობის არაწრფივი მათემატიკური მოდელები IL6-ის გათვალისწინებით	34

კერძოწარმოებულნი დიფერენციალური განტოლებების სექცია

თეონა ბიბილაშვილი, სერგო ხარიბეგაშვილი	
დირიხლეს მახასიათებელი ამოცანა მაღალი რიგის არაწრფივ ჰიპერბოლურ სისტემათა ერთი კლასისათვის	36
მიხეილ გაგოშიძე	
კერძოწარმოებულნი დიფერენციალურ განტოლებათა ერთი სისტემის რიცხვითი ამოხსნა მანქანური სწავლების გამოყენებით	36
ლევან გიორგაშვილი, შოთა ზაზაშვილი	
ორმაგი ფოროვნების მქონე სხეულებისათვის კონსოლიდაციის თეორიის ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანა	37
გიორგი გოჭოშვილი, მაია მრეგლიშვილი	
იტერაციის მეთოდი ნეიმანის ამოცანისთვის ჰელმჰოლცის განტოლების შემთხვევაში	38
რევაზ კაკუბავა, ნანი სალია	
ალბათური მეთოდები ანალიზური ამოცანების გადაწყვეტაში	38
ირინე სიგუა, მარკოზ ჭანტურია	
დიუჰამელის პრინციპის ზოგიერთი განზოგადება და გამოყენება	39
დავით ნატროშვილი,	
იტერაციული მეთოდი ანიზოტროპული სხეულების დრეკადობის თეორიის დირიხლეს ამოცანისთვის	40
თეიმურაზ ჩხიკვაძე	
მეოთხე რიგის არაწრფივი პარაბოლური ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლების შესახებ	40
თემური ჯანგველაძე	
ერთი რაწრფივი კერძოწარმოებულნი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემის შესახებ	41

ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის სექცია

პეტრე ბაბილუა, ელიზბარ ნადარაია

პუასონის რეგრესიის ფუნქციის ერთი არაპარამეტრული შეფასების შესახებ 43

ზურაბ ზერაკიძე

სტატისტიკური სტრუქტურების შესახებ 43

ლევან კაციტაძე

რეგრესიის ემპირიული პროცესის შესახებ 44

ეკატერინე ნამგალაური, ომარ ფურთუხია

ტრაექტორიაზე დამოკიდებული ერთი არაგლუვი ბროუნის ფუნქციონალის კონსტრუქციული მარტინგალური წარმოდგენა 45

ზურაბ ქვათაძე, ბექუ ფარჯიანი, ციალა ქვათაძე

დიდ რიცხვთა კანონი დამოკიდებულ შემთხვევით სიდიდეთა ზოგიერთი კლასისთვის 46

ქართლოს ყაჭიაშვილი, მუხოპადიაი ნ., ყაჭიაშვილი ი. ქ.

პირობითი ბაიესის მეთოდით ტოლ პარამეტრებიანი ნორმალური განაწილების პარამეტრებთან დაკავშირებით რთული ჰიპოთეზების შემოწმება 47

ბესიკ ჩიქვინიძე

წრფივი მეორე რიგის შექცეული სტოქასტურ-დიფერენციალური განტოლების (2BSDE) ამოხსნა მარკოვულ შემთხვევაში 48

უწყვეტ გარემოთა მექანიკის სექცია

გია ავალიშვილი, მარიამ ავალიშვილი

თერმოდრეკადი სხეულების ორფაზიანი დაგვიანებით მოდელის მაღალი რიგის აპროქსიმაციების გამოკვლევა 49

ბაკურ გულუა, გურანდა ჩარქსელიანი

ძირითადი სასაზღვრო ამოცანები წრიული რგოლისათვის სამგვარი სიცარიელით 50

ნათელა ზირაქაშვილი

ექსცენტრული წრიული რგოლის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის შესწავლა 50

გიორგი კაპანაძე

დრეკადობის ბრტყელი თეორიის თანაბრადმტკიცე კონტურის მოძებნის ამოცანა რომბისათვის 51

ბადრი ცუცქირიძე, ლევან ჯიქიძე, მარი ცუცქირიძე, ეკა ელერდაშვილი ელექტროგამტარი ბლანტი უკუმში სითხის პულსაციური დინება სითბოგადაცემით	52
გიორგი ჯაიანი ქირალური ფორვანი პრიზმული გარსების თერმოდრეკადი დეფორმაციის იერარქიული მოდელები	52
რომან ჯანჯღავა მუდმივი კუთხური სიჩქარით მბრუნავი ფოროვანი დისკების დრეკადი წონასწორობის შესახებ	53

მათემატიკური მოდელებისა და გამოთვლითი მათემატიკის სექცია

ედისონ აბრამიძე, ელენე აბრამიძე განსხვავებული კონსტრუქციის მქონე ფენოვანი ბრუნვითი გარსების ელემენტებისაგან შედგენილი კონსტრუქციის დეფორმირებული მდგომარეობის რიცხვითი ანალიზი	55
გიორგი ბოლოთაშვილი წრფივი გადაადგილების ამოცანის საწყისი რელაქსაციური მრავალწახნაგას არამთელი წვერო და შესაბამისი ფასეტები. მაგალითი	55
დავით გულუა შემფოთებათა ალგორითმი ევოლუციური განტოლებისთვის მაღალი რიგის სასრულ-სხვაობიანი აპროქსიმაციის რეალიზაციისთვის	56
თეიმურაზ დავითაშვილი, დიმიტრი ამილახვარი, გიორგი რუხაია, მერი შარიქაძე ნიადაგის თბოგამტარობის არაწრფივი თეორიის გამოყენება გვალვის დროს მიმდინარე პროცესების შესასწავლად	57
ხათუნა ელბაქიძე, ოლეგ ხარშილაძე, ლუკა სორისო-ვალვო, ლუკა წულუკიძე, ალექსანდრე ღურჭუმელია, თეიმურაზ მათიაშვილი დუშეთის ობსერვატორიის გეომაგნიტური მონაცემების ანალიზი მანქანური სწავლების მოდელებით 2024 წლის ძლიერი მაგნიტური ქარიშხლების დროს	58
თამაზ ვაშაყმაძე გარსებისათვის დაზუსტებულ თეორიათა კლასის აგების შესახებ	59
თამაზ ვაშაყმაძე, გიორგი ბუჟღულაშვილი ასიმპტოტური გაშლის ალტერნატიული მეთოდი	60
არჩილ პაპუკაშვილი, გიორგი გელაძე, მერი შარიქაძე ეფექტური სიბლანტის წნევაზე დამოკიდებულების შემთხვევაში ჯ. ბოლის ძელის განტოლების მიახლოებითი ამოხსნის შესახებ	61

ჯემალ როგავა, ზურაბ ვაშაკიძე	
მიახლოებითი ამოხსნის სქემა ერთი არაწრფივი აბსტრაქტული ჰიპერბოლური განტოლებათა სისტემისთვის	62
ჯემალ ფერაძე, ნიკოლოზ კაჭახიძე	
არაწრფივი საწყისი და დროზე დამოკიდებული სასაზღვრო პირობებით სიმისა და ძელისათვის ამოცანების ამოხსნის მეთოდის კომპიუტერული შემოწმება	62
ზვიად ყალიჩავა, ჯემალ ფერაძე, ზვიად წიკლაური	
კირხჰოფის ტიპის დინამიკური ძელის არაწრფივი დიფერენციალური განტოლების საწყის და დროზე დამოკიდებული სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნის ერთი მეთოდის შესახებ	63
თემურ ჩილაჩავა, გია კვაშილავა, გიორგი ფოჩხუა	
ქართული, კოლხური და სვანური მოსახლეობების ურთიერთქმედების კომპიუტერული მოდელირება	64
ნინო ხატიაშვილი	
იდეალური სითხის დინების შესახებ უსასრულო რეზერვუარში პოლიგონალური ფსკერით	65