ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის
სემინარის XXXVIII საერთაშორისო გაფართოებული სხდომები

თეზისების კრებული

2024 წლის 22-24 აპრილი
თბილისი

საორგანიზაციო კომიტეტი

ჯაიანი გიორგი (თავმჯდომარე)
ავაზაშვილი ნიკოლოზი (თავმჯდომარის მოადგილე)
ჩინჩალაძე ნატალია (თავმჯდომარის მოადგილე)
ჯანგველაძე თემური (თავმჯდომარის მოადგილე)
გულუა ბაკური (სწავლული მდივანი, საკონტაქტო პირი, bak.gulua@gmail.com)
რუხაია მიხეილი (სწავლული მდივანი, საკონტაქტო პირი, email: mrukhaia@yahoo.com)
გვარამაძე მანანა (ტექნიკური მდივანი)
თევდორაძე მანანა (ტექნიკური მდივანი)
შარიქაძე მერი (ტექნიკური მდივანი)
ამაღლობელი მიხეილი
ანთიძე ჯემალი
აპლაკოვი ალექსანდრე
ახალაია გიორგი
ბაასი მატიას (ავსტრია)
ბაბილუა პეტრე
ბაკურაძე მალხაზი
გიორგაძე გრიგორი
გოგინავა უშანგი
გოგოლაძე ლერი
დავითაშვილი თეიმურაზი
დანელია ანა
დუნდუა ბესიკი
ვაშაყმაძე თამაზი
ვეფხვაძე თეიმურაზი
თადუმაძე თამაზი
კიღურაძე ზურაბი
კოპლატაძე რომანი
ნადარაია ელიზბარი
ნატროშვილი დავითი
ომანაძე როლანდი
პაპუკაშვილი არჩილი
როგავა ჯემალი
ფურთუხია ომარი
ყიფიანი არჩილი
შავაძე თეა
შავგულიძე ქეთევანი
ხარაზიშვილი ალექსანდრე
ხარიბეგაშვილი სერგო
ხიმშიაშვილი გიორგი

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სემინარის XXXVIII გაფართოებული სხდომების თეზისების კრებული დაყოფილია 10 თავად, სექციების მიხედვით.

თეზისების შინაარსზე პასუხისმგებელია შესაბამისი სექციის ხელმძღვანელობა, ავტორთა წილ.

მათემატიკის საფუძვლებისა და მათემატიკური ლოგიკის სექცია

ხელმძღვანელები – როლანდ ომანაძე, ალექსანდრე ხარაზიშვილი თანახელმძღვანელი – არჩილ ყიფიანი

ზოგიერთი წერტილოვანი სიმრავლის ტოპოლოგიური და ზომის თვისებების შესახებ

მარიამ ბერიაშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: Mariam_beriashvili@yahoo.com

ლუზინის სივრცე ეწოდება ისეთ არათვლად ტოპოლოგიურ T_1-სივრცეს, რომელსაც არ აქვს იზოლირებული წერტილები და მისი ყოველი არსადმკვრივი ქვესიმრავლე არაუმეტეს თვლადია. მეორე განსაზღვრის თანახმად, ლუზინის სივრცე ეწოდება ისეთ ტოპოლოგიურ X სივრცეს, რომლისთვისაც არ არსებობს მასზე განსაზღვრული არანულოვანი დიფუზიური σ-სასრული ბორელის ზომა.

საინტერესოა ლუზინის სივრცის რამდენიმე თვისება:

ა) ZFC აქსიომათა სისტემის ფარგლებში მტკიცდება, რომ ნებისმიერი მეტრიზებადი ლუზინის სიმრავლე არის ლუზინის სივრცე; შებრუნებული დებულება საზოგადოდ სამართლიანი არ არის.

ბ) ლუზინის სივრცის ნებისმიერი ქვესივრცე ისევ ლუზინის სივრცეა;

გ) სასრული რაოდენობა ლუზინის სივრცეების ტოპოლოგიური ნამრავლი, ისევ ლუზინის სივრცეა;

დ) არსებობს თვლადი რაოდენობა ლუზინის სივრცეების ტოპოლოგიური ნამრავლი, რომელიც არ არის ლუზინის სივრცე.

ე) თუ $\{X_i\}_{i\in I}$ ლუზინის სივრცეების ისეთი ოჯახია, რომ $\mathrm{card}(I) = \kappa$, სადაც κ არ არის ნამდვილმნიშვნელიანი ზომადი კარდინალი, მაშინ ამ ოჯახის ტოპოლოგიური ჯამი კვლავ ლუზინის სივრცეა.

წარმოდგენილ მოხსენებაში განვიხილავთ ლუზინის სივრცისა და კლასიკური წერტილოვანი სიმრავლეების ურთიერთკავშირებს. კერძოდ, ბერნშტეინის სიმრავლის, სუსტი ლუზინის სიმრავლისა და კანტორვალ სიმრავლეების.

K-ნახევრად წესიერი მრავალწახნაგების შესახებ

შალვა ბერიაშვილი
ილიას სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: shalva.beriashvili@iliauni.edu.ge

ცნობილია, რომ ნახევრად წესიერი მრავალწახნაგები დიდ როლს თამაშობს კომბინატორულ გეომეტრიაში (იხ. [1], [2]).

ვთქვათ, R^m $(m \geq 2)$ ევკლიდურ სივრცეში მოცემულია m-განზომილებიანი P მრავალწახნაგა და ფიქსირებული k ნატურალური რიცხვი $(1 \leq k \leq m - 1)$.

P მრავალწახნაგას ეწოდება k-ნახევრად წესიერი, თუ მისი ყველა k-განზომილებიანი წახნაგი არის წყვილ-წყვილად კონგრუენტული.

მოხსენებაში განხილულია k-ნახევრად წესიერი მრავალწახნაგები და მათი კავშირი k-ტოლფერდა სიმპლექსებთან, აგრეთვე ამ ფიგურებთან დაკავშირებული ზოგიერთი დებულება.

ლიტერატურა

1. Coxeter, H.S.M. “Regular Pytopes”, MacMillan, 1963.
2. Kharazishvilie, A. Elements of Combinatorial Geometry. Part II, The Publishing House of Georgian National Academy of science, Tbilisi, 2020.

სასრულად წარმოქმილი თავისუფალი და პროექციული MV(C)-ალგებრები

ანტონიო დი ნოლა[1], რევაზ გრიგოლია[2], ჯაკომო ლენცი[1]
[1]სალერნოს უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი, სალერნო, იტალია
emails: adinola@inisa.it, gilenci@inisa.it
[2]ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი საქართველო
emails: revaz.grigolia@tsu.ge

MV-ალგებრები არის უსასრულონიშნა ლუკასიევიჩის ლოგიკის ალგებრული მოდელები. MV(C)-ალგებრები წარმოადგენენ ყველა MV-ალგებრების **MV** მრავალსახეობის საკუთრივ ქვემრავალსახეობას, რომელიც არჩეულია ტოლობით $2(x^2)=(2x)^2$, რაც არის ბულის ალგებრების სპეციალური გაფართოება. პირველი რიგის ლუკასევიჩის ლოგიკა სრულია ყველა სრულყოფილი ჯაჭვისებური MV(C)-ალგებრის მიმართ.

სასრულად წარმოქმნილი თავისუფალი და პროექციული MV-ალგებრები აღწერილია **MV(C)** მრავალსახეობაში, რომელიც წარმოიქმნება სრულყოფილი MV-ალგებრებით, რომელიც თავის მხრივ წარმოქმნილია ჩანგის ალგებრა C-თი.

ასახვების ბი-მოდალური ლოგიკა

კონსტანტინე რაზმაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
თბილისი, საქართველო
გერმანიის გოტინგენის უნივერსიტეტი, გოტინგენი, გერმანია
email: k.razmadze92@gmail.com

მოდალური ენით აღწერადი სტრუქტურები მრავლად გვხვდება გამოყენებით თუ ფუნდამენტურ მათემატიკაში. ტიპიური მაგალითებია მიმართული გრაფები (სასრულ მდგომარეობიანი მანქანები) და ტოპოლოგიური სივრცეები. ამ სტრუქტურების და შესაბამისი მოდალური სისტემების კვლევა აქტუალურია ბოლო სამი ათწლეულის განმავლობაში და გამოყენებებს პოულობს ისეთ თანამედროვე დარგებში, როგორებიცაა პროგრამების ვერიფიკაცია და კონტროლი, მონაცემთა ბაზები, გეოინფორმაციული სისტემები და ა.შ. აღნიშნულ სტრუქტურებს შორის ისეთი ასახვები, რომლებიც ინახავს ლოგიკურ ზოგადმართებულობას, ცენტრალურ როლს თამაშობს. თავის მხრივ, ასეთი ასახვები აჩენს უფრო რთულ, მრავალსტრუქტურიან სიმრავლეებს სადაც დაფიქსირებულია როგორც განსაზღვრისა და მნიშვნელობათა არის სტრუქტურა, ასევე მათ შორის ასახვის სტრუქტურაც. კვლევის მიზანია ამ მრავალსტრუქტურიანი სიმრავლეების შესწავლა ორი ან მეტი მოდალობის მქონე ენის საშუალებით. შესაბამისი ლოგიკური სტრუქტურები მულტიმოდალური ხასიათისაა. ასეთი მულტიმოდალური სისტემების კვლევის აქტუალობა დასტურდება უკანასკნელ წლებში გამოცემული რამდენიმე ფუნდამენტური მონოგრაფიისა და მრავალი სამეცნიერო სტატიის მეშვეობით. ჩვენი ამოცანაა შევისწავლოთ კონკრეტულად მოდალური ასახვებით გაჩენილი მულტიმოდალური ლოგიკური სისტემები და დავადგინოთ მათი ძირითადი ლოგიკური თვისებები, მათ შორის: აქსიომატიზებადობა, ამოხსნადობა, სასრული მოდელების თვისება და გამოთვლითი სირთულე.

მადლობა: ნაშრომი მხარდაჭერილია საქართველოს შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის პროექტების FR-22-6700 და FR-22-4923.

მაზურკევიჩის ტიპის ზოგიერთი სიმრავლის შესახებ ზომის თეორიისა და ბერის კატეგორიის თვალსაზრისით

თენგიზ ტეტუნაშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: t.tetunashvili@gtu.ge, tengiztetunashvili@gmail.com

ევკლიდურ $\mathbf{R}^2$ სიბრტყეზე განხილულია მაზურკევიჩის ტიპის სიმრავლეები $\mathbf{R}^2$-ში მდებარე ყველა წრფის ოჯახის მიმართ და, ასევე, მაზურკევიჩის ტიპის

სიმრავლეები $\mathbf{R}^2$-ში მდებარე ყველა წრეწირის ოჯახის მიმართ. წარმოდგენილია რამდენიმე დებულება, რომლებიც აღნიშნულ სიმრავლეებს აშუქებს ბერის თვისებისა და $\mathbf{R}^2$-ზე მოცემული სხვადასხვა ზომის თვალსაზრისით.

ვექტორთა ერთი სასრული სისტემის შესახებ

თამარ ქასრაშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: tamarkasrashvili@yahoo.com

ევკლიდეს n-განზომილებიანი R^n სივრცეში განხილულია და ამოხსნილია ამოცანა ვექტორთა ერთი სასრული სისტემის შესახებ. სახელდობრ ნაჩვენებია, რომ თუ R^n-ში გვაქვს m რადიუს-ვექტორი, რომელიც აკმაყოფილებს პირობას

1. $|x_1| \le 1, |x_2| \le 1, \ldots, |x_m| \le 1$ და $0 \in conv\{x_1, \ldots, x_m\}$, მაშინ $|x_1 + x_2 + \cdots x_m| \le m-1$.

აგრეთვე,

2. თუ $|x_1| = 1, |x_2| = 1, \ldots, |x_m| = 1$ და $0 \in conv\{x_1, \ldots, x_m\}$, მაშინ $|x_1 + x_2 + \cdots x_m| \le m-2$.

აღნიშნული შეფასებები გარკვეული აზრით ზუსტია.

ნაწილობრივ მონო-უნარული ალგებრები და კონტინუუმ ჰიპოთეზა

არჩილ ყიფიანი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
email: archil.kipiani@tsu.ge

ჩვენ განვიხილავთ ნაწილობრივ მონო-უნარულ ალგებრების შესახებ რამდენიმე მარტივად ფორმულირებად საკითხს, რომელიც კონტინუუმ ჰიპოთეზასთან მჭიდროდაა დაკავშირებული.

ლიტერატურა

1. Kipiani, A. Automorphism groups of mono-unary algebras and CH, Georgian Mathematical Journal, **26**, 4 (2019), 599–610.
2. Kipiani, A., Gobronidze, M. The directed graphs of some functions, Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute, **174**, 1 (2020), 61–69.

ზოგიერთი შენიშვნა $Q_{1,N}$-დაყვანადობაზე

ირაკლი ჩიტაია, როლანდ ომანაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო
email: i.chitaia@gmail.com, roland.omanadze@tsu.ge

ტენენბაუმმა (იხ. [2, გვ. 159]) ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეებზე განსაზღვრა Q-დაყვანადობის ცნება შემდეგნაირად: A სიმრავლე $Q-$დაყვანადია B სიმრავლეზე (სიმბოლურად: $A \leq_Q B$), თუ არსებობს ისეთი რეკურსიული ფუნქცია f, რომ ყოველი $x \in \omega$ (სადაც ω აღნიშნავს ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეს), $x \in A \Leftrightarrow W_{f(x)} \subseteq B$. ამ შემთხვევაში ვიტყვით, რომ $A \leq_Q B$ f ფუნქციით. თუ $A \leq_Q B$ ისეთი f ფუნქციით, რომ ყოველი $x, y-$სთვის, $x \neq y \Rightarrow W_{f(x)} \cap W_{f(y)} = \emptyset$ და $\bigcup_{x\in\omega} W_{f(x)}$ არის რეკურსიული, მაშინ ვიტყვით, რომ A არის $Q_{1,N}$-დაყვანადი B−ზე და ვწერთ $A \leq_{Q_{1,N}} B$ (იხ. [1]).

A სიმრავლე არის ჰემი r-მაქსიმალური, თუ არსებობს r-მაქსიმალური სიმრავლე M და მისი ისეთი არატრივიალური გაყოფა M_0, M_1, რომ $A = M_0$.

გამოყენებული ცნებები და აღნიშვნები სტანდარტულია და შეიძლება მოიძებნოს [2] და [3]–ში. ამ მოხსენებაში ჩვენ წარმოვადგენთ შემდეგ შედეგებს:

თეორემა 1. ვთქვათ A არის ჰემი r-მაქსიმალური სიმრავლე და B არის ისეთი არარეკურსიული რ.გ. სიმრავლე, რომ $B \leq_{Q_{1,N}} A$. მაშინ B არის ჰემი r-მაქსიმალური სიმრავლე.

თეორემა 2. ვთქვათ **a** არის ჰემი r-მაქსიმალური სიმრავლის $Q_{1,N}$-ხარისხი. მაშინ ყოველი რ.გ. A და B სიმრავლისათვის, სადაც $A, B \in \mathbf{a}$, გვაქვს $A \equiv_1 B$.

მადლობა. კვლევა განხორციელებულია შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით [გრანტის ნომერი: **STEM-22-1837**, რეკურსიული ფუნქციები და ალბათური ონთოლოგიების ინჟინერია].

ლიტერატურა

1. Bulitko V.K.: On ways of characterizing complete sets, Math. USSR, Izv., 38, 2 (1992).
2. Rogers H.: Theory of Recursive Functions and Effective Computability. MIT Press, Cambrige, MA, US (1987).
3. Soare R.: Recursively Enumerable Sets and Degrees. Springer-Verlag, Berlin (1987).

კომუტატიურ ჯგუფებში ზოგიერთი ტიპის სიმრავლეების ალგებრული ჯამების მდგრადობა სიურექციული ჰომომორფიზმების მიმართ

მარიკა ხაჩიძე
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის დოქტორანტი, თბილისი, საქართველო
email: m.khachidze1995@gmail.com

მოხსენებაში ნაჩვენებია არათვლად კომუტატიურ ჯგუფზე ინვარიანტული (კვაზი-ინვარიანტული) σ-სასრული ზომებისთვის აბსოლუტურად უგულებელყოფადი სიმრავლეების ალგებრული ჯამების მდგრადობა სიურექციული ჰომომორფიზმების მიმართ.

ლიტერატურა

1. Kharazishvili, A.B. Topics in Measure Theory and Real Analysis. Atlantis Studies in Mathematics, 2. Atlantis Press, Paris; World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Hackensack, NJ, 2009.
2. Kharazishvili, A.B., Kirtadze, A.P. On algebraic sums of measure zero sets in uncountable commutative groups. Proc. A. Razmadze Math. Inst. **135** (2004), 97–103.
3. Kirtadze, A. On the method of direct products in the theory of quasi-invariant measures. Georgian Math. J. **12**, 1 (2005), 115–120.

გამოყენებითი ლოგიკისა და პროგრამირების სექცია

ხელმძღვანელი – მატიას ბაასი (ავსტრია)
თანახელმძღვანელები – ჯემალ ანთიძე, ბესიკ დუნდუა, მიხეილ რუხაია

თარგების აღრიცხვა არამკაფიო მსგავსების შეთანადებით

ბესიკ დუნდუა
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
ქუთაისის საერთაშორისო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო
email: bdundua@gmail.com

თარგების აღრიცხვა აფართოებს λ-აღრიცხვას თარგების შეთანადების შესაძლებლობებით, სადაც აბსტრაქცია დაშვებულია არამხოლოდ ცვლადებზე, არამედ ნებისმიერ λ-თერმზე. ასეთი თარგი (λ-თერმი) სპეციფიკაციას უკეთებს არგუმენტის ფორმას და განსაზღვრავს აღრიცხვის მოქნილობას - რაც ნიშნავს, რაც უფრო შეუზღუდავია თარგი, მით უფრო მოქნილია აღრიცხვა. შეუზღუდავი თარგები გამომსახველობითი ობიექტებია, რომელთაც შეუძლიათ ჩანაცვლება, წარმოქმნა და დაყვანა. თუმცა, თარგების აღრიცხვა, λ-აღრიცხვისგან განსხვავებით შეუზღუდავი თარგებით არ არის კონფლუენტური და სხვადასხვა შეზღუდვებია საჭირო კონფლუენტურობის მისაღწევად.

თარგების აღრიცხვა მოქნილი ფორმალიზმია, რომელიც უზრუნველყოფს ზუსტ გამოთვლებს. თუმცა, დღესდღეობით ბევრი პრობლემა მოითხოვს მიახლოებით გამოთვლებს. ხშირად, მიახლოებითი გამოთვლების მისაღწევად იყენებენ არამკაფიო მსგავსების მიმართებებს. მოხსენებაში განხილული იქნება არამკაფიო თარგების აღრიცხვა, სადაც დაყვანა პარამეტრიზირებულია არამკაფიო მსგავსების, რაც ნიშნავს, რომ (\P.M)N თერმი დადის Mσ თერმზე მსგავსების ხარისხით d თუ Pσ მსგავსია N-ის ხარისხით d. ჩვენ, ასევე განვიხილავთ საკმარის პირობებს, რომლებიც უზრუნველყოფენ არამკაფიო თარგების აღრიცხვის კონფლუენტურობას.

მადლობა. ნაშრომი მხარდაჭერილია საქართველოს შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მიერ პროექტის FR-21-7973 ფარგლებში და ასევე ნაწილობრივ მხარდაჭერილია NATO-ს მეცნიერება მშვიდობისა და უსაფრთხოების-თვის (SPS) G6133 პროგრამის მიერ.

ხელოვნური ინტელექტის გავლენა სასწავლო პროცესში

ლია კურტანიძე
საქართველოს ეროვნული უნივერსიტეტი (SEU), თბილისი, საქართველო
email: L.kurtanidze@seu.edu.ge

თანამედროვე მსოფლიოში სულ უფრო და უფრო იზრდება ინტერესი ხელოვნური ინტელექტის მიმართ, ყოველდღიურად ვხედავთ ხელოვნური ინტელექტის გამოყენების შთამბეჭდავ მაგალითებს სხვადასხვა სფეროში და მათ შორის განათლების სფეროშიც. ხელოვნურ ინტელექტს შეუძლია გარდაქმნას განათლების სისტემა და გააუმჯობესოს სწავლების შედეგები მაგრამ, როგორც ნებისმიერი ახალი ტექნოლოგია, ასევე არსებობს მის გამოყენებასთან დაკავშირებული რისკები. ჩვენ ვისაუბრებთ ხელოვნური ინტელექტის უპირატესობებსა და რისკებზე განათლებაში, მათ შორის სწავლების პროცესში ინდივიდუალურ მიდგომებზე, შეფასებების გაუმჯობესებაზე, დროის ეფექტურ მართვაზე და მოტყუების რისკებზე. მიუხედავად იმისა, რომ ხელოვნურ ინტელექტს თან ახლავს კონკრეტული რისკები, ვფიქრობთ რომ მისი გამოყენება სასწავლო პროცესში ძალიან მნიშვნელოვანია.

მადლობა. პროექტის მხარდამჭერია საქართველოს ეროვნული უნივერსიტეტი SEU

ლიტერატურა

1. Alexandara Harry, Role of AI in Education, Independent Researcher, Washington DC USA 2023.
2. Ayala-Pazmino, M., (2023). Artificial Intelligence in Education: Exploring the Potential Benefits and Risks. 593 Digital Publisher CEIT.
3. Ahmet Gocen, Fatih Aydemir, Artificial Intelligence in Education and Schools 2020.

კიბერ-ფიზიკური სისტემების ვერიფიკაციის ტექნიკის შესახებ

ბესიკ დუნდუა[1,2], თათია დუნდუა[1], მიხეილ რუხაია[1]
[1] ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: tdundua9@gmail.com, email: mrukhaia@logic.at
[2]ქუთაისის საერთაშორისო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო
email: bdundua@gmail.com

კიბერ-ფიზიკური სისტემები, მოკლედ CPS, წარმოადგენენ კონტროლერების ქსელებს, რომლებიც ურთიერთქმედებენ ან აკონტროლებენ ფიზიკურ გარემოს. CPS-ის ზოგიერთი მაგალითია მანქანები, თვითმფრინავები, სარკინიგზო სისტემები, ჭკვიანი მოძრაობის სისტემები და სხვა. ასეთი სისტემები ხდება ძალიან რთული და ძნელი მისაღწევი, და ძალიან ძვირი ჯდება მათი შემუშავება და სერტიფიცირება. ძალიან მნიშვნელოვანია, რომ CPS მუშაობდეს სწორად და უსაფრთხოდ და მხოლოდ ფორმალურ მათემატიკურ მეთოდებს შეუძლიათ უზრუნველყონ მყარი გარანტიები სისტემის სისწორისა და უსაფრთხოების შესახებ. ეს მახასიათებლები უნდა ჩამოყალიბდეს რაც შეიძლება ადრე CPS-ის განვითარების პროცესში, ის უნდა იყოს დიზაინის ნაწილი. არასწორი დიზაინის სისტემის დანერგვამ შეიძლება გამოიწვიოს კატასტროფული შედეგები. ამის უახლესი მაგალითია Boeing 737 max-ის დიზაინის ხარვეზი, რამაც გამოიწვია რამდენიმე ავიაკატსტროფა.

თანამედროვე CPS-ის მათემატიკური მოდელირება და ანალიზი ძალიან რთული ამოცანაა შემდეგი მიზეზების გამო:

- რთული კონტროლის პროგრამების ფიზიკურ გარემოსთან ინტეგრირების საჭიროება
- CPS არის რეალურ დროში სისტემები, რომელთა კონტროლერებს უწევთ ურთიერთქმედება ერთმანეთთან და გარემოსთან დროის გათვალისწინებით
- CPS-ის განაწილებული ბუნება იწვევს სისტემის გასაანალიზებელი მოქმედებების კომბინატორულ ზრდას
- ქსელის შეფერხებებთან, ლოკალურ არაზუსტ საათებთან და მსგავს პრობლემებთან გამკლავების აუცილებლობა.

აშკარაა, რომ ძლიერი გამომსახველობის მქონე მათემატიკური ფორმალიზმია საჭირო თანამედროვე CPS-ის მოდელირებისთვის. ასეთი ფორმალიზმის კანდიდატი შეიძლება იყოს გადაწერის ლოგიკა - მარტივი, ზოგადი და ძლიერი გამომსახველობის მქონე ლოგიკა განაწილებული სისტემებისთვის, რომლის მოდელირებისა და ანალიზის შესაძლებლობა მხარდაჭერილია Maude ენითა და ხელსაწყოთი. ამ მოხსენებაში ვისაუბრებთ CPS-ის ვერიფიკაციის სხვადასხვა მიდგომებზე Maude პროგრამირების ენისა და Lingua Franca-ს ფრეიმვორკის გამოყენებით. განვიხილავთ ამ პროცესში არსებულ გარკვეულ სირთულეებს და მათ დაძლევის ხერხებს.

ურანგო პირველი რიგის ალბათური ლოგიკა

ლალი ტიბუა
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ეროვნული უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: ltibua@gmail.com

ალბათობის თეორია პასუხობს გაურკვევლობით გამოწვეულ გამოწვევებს, ხოლო ლოგიკა უფრო მეტად გამოიყენება სრულყოფილი ცოდნის დასაბუთებისათვის. პირველი რიგის ალბათური ლოგიკა აერთიანებს ალბათობის და ლოგიკის შესაძლებლობას. ის იძლევა ექსპრესიულ და მოქნილ პლატფორმას ხელოვნური ინტელექტის (AI) პრობლემების მოდელირებისთვის და მსჯელობისთვის. პირველი რიგის ურანგო ლოგიკა არის პირველი რიგის ლოგიკის ვარიანტი, სადაც ფუნქციონალურ სიმბოლოებს არა აქვთ ფიქსირებული ადგილიანობა. ასეთ გაფართოებას მოაქვს ენის მოქნილობა და ექსპრესიულობა არასტრუქტურირებული მონაცემების მოდელირებისთვის და მსჯელობისთვის.

ჩვენ შევისწავლით პირველი რიგის ურანგო ლოგიკის ალბათურ გაფართოებას. კერძოდ, განვიხილავთ ალბათური ურანგო ლოგიკის სინტაქსს, სემანტიკას და გამოყვანის მექანიზმს.

მადლობა. ნაშრომი შესრულებულია შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის პროქტის # FR-22-4254 ხელშეწყობით.

ალგებრისა, გეომეტრიის და რიცხვთა თეორიის სექცია

ხელმძღვანელები – მიხეილ ამაღლობელი, მალხაზ ბაკურაძე, თეიმურაზ ვეფხვაძე, გიორგი ხიმშიაშვილი
თანახელმძღვანელი – ქეთევან შავგულიძე

ხარისხოვან R-ჯგუფთა მრავალსახეობები

მიხეილ ამაღლობელი[1], ალექსეი მიასნიკოვი[2], თეონა ნადირაძე[1]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: mikheil.amaglobeli@tsu.ge, teona.nadiradze@tsu.ge
[2]სტევენსის ტექნოლოგიების ინსტიტუტი, ჰუბუკენ, აშშ
email: amiasnikov@gmail.com

ხარისხოვანი R-ჯგუფის ცნება, სადაც R-ნებისმიერი ასოციაციური რგოლია ერთეულით, შემოტანილია რ. ლინდონის მიერ [1]. ა. მიასნიკოვმა და ვ. რემესლენიკოვმა დააზუსტეს რ. ლინდონის აქსიომატიკა ერთი ახალი აქსიომის დამატებით [2]. კერძოდ, ხარისხოვანი MR-ჯგუფის (R-რგოლია) ახალი ცნება არის R-მოდულის ცნების უშუალო განზოგადება არაკომუტაციური ჯგუფების შემთხვევისათვის. მოხსენებაში შემოტანილია MR-ჯგუფთა მრავალსახეობის და ამ მრავალსახეობაში ტენზორული გასრულების ცნებები. აღწერილია MR-ჯგუფთა აბელური მრავალსახეობები და მოყვანილია ნილპოტენტურობის სხვადასხვა განსაზღვრებების შედარება ამ კატეგორიაში. მიღებულია, რომ 2-ნილპოტენტური MR-ჯგუფის ტენზორული გასრულება 2-ნილპოტენტური MR-ჯგუფია [3].

მადლობა. ნაშრომი შესრულებულია შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსური მხარდაჭერით [FR-21-4713].

ლიტერატურა

1. Lyndon, R. Groups with parametric exponents. Transactions of the American Mathematical Society, **96**, 3 (1960), 518-533.
2. Myasnikov, A. G. Remeslennikov, V. N. Degree groups. I. Foundations of the theory and tensor completions. (Russian) translated from Sibirsk. Mat. Zh. **35**, 5 (1994), 1106–1118, rm iii Siberian Math. J. **35**, 5 (1994), 986– 996.
3. Amaglobeli, M.G., Myasnikov, A.G., Nadiradze, T.T. Varieties of Exponential R-Groups. Algebra and Logic, **62**, 2 (2023), 119–136.

მარტივი რიცხვები, რომლებიც წარმოდგენადია კენტი დისკრიმინანტის ბინარული კვადრატული ფორმებით

თეიმურაზ ვეფხვაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
თბილისი, საქართველო
email: t-vepkhvadze@ hotmail.com

მიღებულია ფორმულები ნატურალური რიცხვების კენტი დისკრიმინანტის ბინარული ფორმების გვარით საშუალო წარმოდგენისთვის. ეს ფორმულები საშუალებას გვაძლევს დავახასიათოთ მარტივი რიცხვები, რომლებიც წარმოდგენადია კენტი დისკრიმინანტის ბინარული ფორმებით.

ლიტერატურა

1. Vepkhvadze, T. The number of representations of some positive integers by binary forms, Acta Arithmetica, **183**,.3 (2018), 377-283.

გეომეტრიული ფიგურები, რომლებიც ჩნდებიან SS- კვეთის შედეგად GML სხეულში რადიალურ კვეთაზე

ილია თავხელიძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
თბილისი, საქართველო
email: ilia.tavkhelidze@tsu.ge

ჩვენს ადრეულ ნაშრომებში [1-2], შესწავლილი იქნა GML სხეულის VV, VS და SS ტიპის ე.წ. “სწორი დანით გაჭრები” და დათვლილი იქნა ამ შემთხვევებში ყველა შესაძლო განსხვავებული შედეგის რაოდენობა. იმ დროს დაუდგენელი დარჩა თუ რამდენი და რა ტიპის ბრტყელი ფიგურა გაჩნდებოდა სხეულის რადიალურ კვეთაზე ამ ტიპის გაჭრის შედეგად m - საწყისი პოლინომის წვეროებისა (გვერდების) რაოდენობიდან და n - სხეულის დახვევის ხარისხის მაჩვენებლიდან გამომდინარე წარმოდგენილ ნაშრომში, ნაპოვნია კანონზომიერება, რომელიც საშუალებას იძლევა დავითვალოთ თუ რამდენი და რა ტიპის ბრტყელი ფიგურა გაჩნდება SS გაჭრის შედეგად ნებისმიერი m რიცხვის შემთხვევაში. აღსანიშნავია რომ ასეთი კანონზომიერება VS გაჭრისათვის გამოქვეყნებულია წინა 2023 წლის მოხსენებებში [3].

ლიტერატურა

1. Tavkhelidze, I., Ricci, P.E. Some properties of “bulky” links, generated by generalised Möbius–Listing’s bodies $GML_m^n\{0\}$. Modeling in Mathematics. Atlantis Transactions in Geometry, vol. 2. Atlantis Press, Paris., (2017), 159–185.
2. Gielis, J., Tavkhelidze, I. The general case of cutting of Generalized Möbius-Listing surfaces and bodies. 4Open, **3**, 7 (2020).
3. Tavkhelidze, I., Gielis, J. Geometric figures which appear after VS-cutting in the radial cross section of the GML bodies. Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, **37** (2023), 39-42.

$\mathbf{T(T(Vn))}$ მხები სივრცის სტრუქტურული განტოლებები

გოჩა თოდუა

ევროპის უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

email: todua.gocha@eu.edu.ge

განვიხილოთ მხები ფიბრაცია $T(T(Vn))$ ლოკალური კოორდინატებით $(x^i, y^{\bar{i}}, y^i, z^{\bar{i}})$, სადაც $(x^i, y^{\bar{i}})$ არის $T(Vn)$ ბაზის კოორდინატები, ხოლო $(y^i, z^{\bar{i}})$ კი - $T_z, z \in T(Vn)$ შრის კოორდინატები. $T(T(Vn))$ ფიბრაციის წერტილების ლოკალური კოორდინატები გარდა-იქმნებიან შემდეგნაირად:

$$\bar{x}^i = \bar{x}^i(x^k), \bar{y}^i = x_k^i y^k, \bar{x}^{\bar{i}} = x_{\bar{k}}^{\bar{i}} y^{\bar{k}}, \bar{z}^{\bar{i}} = x_{\bar{k}}^{\bar{i}} z^{\bar{k}} + x_{\bar{k}j}^{\bar{i}} y^{\bar{k}} y^j.$$

ნაპოვნია $T(T(Vn))$ სივრცის სტრუქტურული განტოლებები:

$$D\omega^i = \omega^k \wedge \widetilde{\omega}_k^i,\ D\tilde{\theta}^{\bar{i}} = \tilde{\vartheta}^{\bar{k}} \wedge \omega_{\bar{k}}^{\bar{l}} + R_{pq}^{\bar{i}} \omega^p \wedge \omega^q,$$

$$D\tilde{\theta}^i = \tilde{\theta}^k \wedge \widetilde{\omega}_k^i + \mathbb{R}_{pk}^i \omega^p \wedge \omega^k + \mathbb{R}_{\bar{j}k}^i \tilde{\theta}^{\bar{j}} \wedge \omega^k + \mathbb{S}_{pk}^i \tilde{\theta}^p \wedge \omega^k,$$

$$D\tilde{\vartheta}^{\bar{i}} = \tilde{\vartheta}^{\bar{j}} \wedge \widetilde{\omega}_{\bar{j}}^{\bar{i}} + \mathbb{A}_{pk}^{\bar{i}} \omega^p \wedge \omega^k + \mathbb{B}_{\bar{j}k}^{\bar{l}} \tilde{\vartheta}^{\bar{j}} \wedge \omega^k + \mathbb{M}_{\bar{j}\bar{k}}^{\bar{i}} \theta^{\bar{j}} \wedge \theta^{\bar{k}} +$$

$$+\mathbb{C}_{jk}^{\bar{i}} \tilde{\vartheta}^{\bar{j}} \wedge \omega^k + \mathbb{D}_{\bar{j}k}^{\bar{i}} \tilde{\theta}^i \wedge \theta^{\bar{k}} + \mathbb{E}_{\bar{j}k}^{\bar{i}} \tilde{\vartheta}^{\bar{j}} \wedge \omega^k.$$

ლიტერატურა

1. Todua, G. On the F structures of the space $T(Lm(Vn))$. Transactions of A. Razmadze Matfematical Institute. **175**, 1 (2021).

მონოიდთა ფაქტორიზაცია, ნახევარ-პირდაპირი ნამრავლი და არააბელური კოჰომოლოგია

თამარ მესაბლიშვილი
გრანადის უნივერსიტეტი, გრანადა, ესპანეთი
email: tamarmes@ugr.es

მათემატიკური ობიექტების ფაქტორიზაცია მნიშვნელოვანი თემაა მათემატიკაში, რომლის იდეაც მდგომარეობს ამ ობიექტის ორი ისეთი ქვეობიექტის ნამრავლად წარმოდგენაში, რომლებიც როგორც წესი, უფრო მარტივებია და აქვთ მინიმალური თანაკვეთა. ჩვენ აღვწერთ კავშირს მონოიდთა ფაქტორიზაციებს, მონოიდთა არააბელურ კოჰომოლოგიასა და მონოიდთა ნახევარ-პირდაპირ ნამრავლს შორის და მოგვყავს მაგალითები იმის გამოსათვლელად, რამდენი განსხვავებული გზით შეიძლება მოცემული მონოიდის ფაქტორიზაცია.

განზოგადებულ თეტა-მწკრივთა სივრცეები მეორე და მეოთხე რიგის სფერულ ფუნქციათა მიმართ

ქეთევან შავგულიძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
email: Ketevan.shavgulidze@tsu.ge

ფ. გუდინგმა [1] ააგო ზოგიერთი დადებითად განსაზღვრული ბინარული კვადრატული ფორმების მიმართ სფერულ ფუნქციათა სივრცეები და გამოთვალა შესაბამის განზოგადებულ თეტა-მწკრივთა სივრცეების განზომილებები. [2] -ში მიღებულია $T(\nu, Q)$ სივრცის განზომილების ზედა საზღვრები ზოგიერთი r ცვლადიანი კვადრატული ფორმებისათვის. ამ ნაშრომში განხილულია ზოგიერთი დიაგონალური და არადიაგონალური კვადრატული ფორმები, აგებულია ამ ფორმების მიმართ მეორე და მეოთხე რიგის სფერულ ფუნქციათა სივრცეების ბაზისები და განხილულია შესაბამის განზოგადებულ თეტა-მწკრივთა სივრცეები.

ლიტერატურა

1. Gooding, F. Modular forms arising from spherical polynomials and positive definite quadratic forms, J. Number Theory **9** (1977), 36-47.
2. Shavgulidze, K. On the space of generalized theta-series for certain quadratic forms in any number of variables, Mathematica Slovaca **69**, 1 (2019), 87-98.

ნამდვილი ცვლადის ფუნქციათა თეორიის სექცია

ხელმძღვანელები – უშანგი გოგინავა, ლერი გოგოლაძე
თანახელმძღვანელი – ალექსანდრე აპლაკოვი, ანა დანელია

ლუზინის პრობლემა ორმაგი ფუნქციონალური მწკრივების $+\infty$-კენ კრებადობის შესახებ

ლერი გოგოლაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
email: lgogoladze1@hotmail.com

1915 წელს ნ. ლუზინის მიერ (იხ. 1, გვ. 239) დასმული იქნა ამოცანა, არსებობს თუ არა ტრიგონომეტრიული მწკრივი, რომელიც კრებადია $+\infty$-კენ დადებითი ზომის სიმრავლეზე. ი. გერმეიერმა [2] დაამტკიცა, რომ ტრიგონომეტრიული მწკრივი არ შეიძლება იყოს რიმანის მეთოდით შეჯამებადი $+\infty$-კენ დადებითი ზომის სიმრავლეზე. ამავე დროს ნ. ლუზინმა და ი. პრივალოვმა [3] ააგეს ტრიგონომეტრიული მწკრივი, რომელიც კრებადია $+\infty$-კენ დადებითი ზომის სიმრავლეზე აბელის მეთოდით. პ. ულიანოვის მიერ [4] დამტკიცებული იქნა, რომ თუ E არის არაგადაგვარებული ინტერვალის $(a,b)\subset[-\pi,\pi]$მეორე კატეგორიის ისეთი ქვესიმრავლე, რომ $(E\cap(c,d))>0$ ყოველი გადაგვარებული $(c,d)\subset(a,b)$ ინტერვალისთვის, მაშინ არ არსებობს ტრიგონომეტრიული მწკრივი, რომელიც კრებადია $+\infty$ ან $-\infty$-კენ, როცა $x\in E$. დ. მენშოვმა აჩვენა, რომ არსებობს ტრიგონომეტრიული მწკრივი, რომელიც ზომით კრებადია $+\infty$-კენ $[-\pi,\pi]$-ზე. ა. ტალალიანმა და ფ. არუთუნიანმა [6] აჩვენეს, რომ მწკრივი ჰაარის სისტემის მიმართ არ შეიძლება იყოს კრებადი $+\infty$-კენ დადებითი ზომის სიმრავლეზე. ვ. სკვორცოვმა [7] მიიღო ამ შედეგის უფრო მარტივი დამტკიცება. ამავე დროს პ. ულიანოვმა [8] და რ. ოვსეპიანმა და ა. ტალაღიანმა [9] აჩვენეს, რომ არსებობენ ფუნქციათა თანაბრად შემოსაზღვრული ისეთი ორთონორმირებული სისტემები, რომ მათ მიმართ მწკრივები კრებადია $+\infty$-კენ დადებითი ზომის სიმრავლეზე.

1988 წ. ს. კონიაგინმა [10] დაამტკიცა თეორემა (ს. კონიაგინი) ყოველი ტრიგონომეტრიული მწკრივისთვის სამართლიანია შემდეგი ტოლობა

$$\operatorname{mes}\{x: x\in[-\pi,\pi],\ -\infty<\varliminf_{m\to\infty} S_m(x)\le\varlimsup_{m\to\infty} S_m(x)=+\infty\}=0$$

სადაც $S_m(x)$ ამ მწკრივის კერძო ჯამებია.

ცხადია, რომ აქედან გამომდინარეობს უარყოფითი პასუხი ნ. ლუზინის პრობლემაზე.

გ. გევორქიანმა [11] დაამტკიცა, რომ ყოველი ფრანკლინის მწკრივი არ იქნება კრებადი $+\infty$-კენ დადებითი ზომის სიმრავლეზე. ანალოგიური შედეგი, კერძოდ, ფრანკლინის ჯერადი მწკრივებისათვის მიღებული იქნა გ. გევორქიანის და მ. გრიგორიანის მიერ [12]. გ. გევორქიანმა [13] მიიღო ფრანკლინის მწკრივის სიმრავლეზე თითქმის ყველგან კრებადობის კრიტერიუმი. გ. გევორქიანმა, კ. კერიანმა და მ. პოღოსიანმა [14] დაამტკიცეს, რომ არ არსებობს მწკრივი ორთოგონალური სპლაინებისა და ჩისელისკის მწკრივების მიმართ, რომელიც $+\infty$-კენ კრებადია დადებითი ზომის სიმრავლეზე. ს. კონიაგინის მიერ დამტკიცებული თეორემის შემდეგ ბუნებრივია დაისმის ნ. ლუზინის პრობლემა ორმაგი ტრიგონომეტრიული მწკრივებისათვის.

ჩემ მიერ [15] იქნა დამტკიცებული

თეორემა 1. ყოველი ორმაგი ტრიგონომეტრიული მწკრივი ვერ იქნება კრებადი $+\infty$-კენ E $\mu_2 E > 0$ სიმრავლეზე.

განვიხილოთ ფუნქციათა სისტემები

$$\left\{\varphi_{n_j}^{(j)}\left(x_j\right)\right\}_{n_j=1}^{\infty}, \quad x_j \in [0,1], \quad j=1,2, \tag{1}$$

სადაც თითოეული $\varphi_{n_j}^{(j)}\left(x_j\right)$, $j=1,2,$ ფუნქცია ზომადია და ღებულობს სასრულ მნიშვნე-ლობებს და აგრეთვე შემდეგი მწკრივები

$$\sum_{n_j=1}^{\infty} a_{n_j}^{(j)} \varphi_{n_j}^{(j)}\left(x_j\right), \quad j=1,2, \tag{2}$$

$$\sum_{n_1=1}^{\infty}\sum_{n_2=1}^{\infty} c_{n_1,n_2} \varphi_{n_1}^{(1)}\left(x_1\right)\varphi_{n_2}^{(2)}\left(x_2\right). \tag{3}$$

დავუშვათ, რომ

$$S_{m_j}^{(j)} = \sum_{n_j=1}^{m_j} a_{n_j}^{(j)} \varphi_{n_j}^{(j)}\left(x_j\right), \quad S_{m_1,m_2}\left(x_1,x_2\right) = \sum_{n_1=1}^{m_1}\sum_{n_2=1}^{m_2} c_{n_1,n_2} \varphi_{n_1}^{(1)}\left(x_1\right)\varphi_{n_2}^{(2)}\left(x_2\right)$$

შესაბამისად, (2) და (3) მწკრივების კერძო ჯამებია.

განსაზღვრება. ამბობენ, რომ $\{\psi_n(x)\}$ სისტემას აქვს K თვისება, თუ სამართლი-ანია შემდეგი ტოლობა

$$\operatorname{mes}\{x \in [0,1] : -\infty < \varliminf_{m\to\infty} S_m(x) \le \varlimsup_{m\to\infty} S_m(x) = +\infty\} = 0$$

ყოველი $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \psi_n(x)$ მწკრივისთვის, სადაც

$$S_m(x) = \sum_{n=1}^{m} a_n \psi_n(x).$$

თეორემა 2 (იხ. [15]). ვთქვათ (1) სისტემებს აქვს K თვისება, მაშინ ყოველი მწკრივი (3) არ იქნება $+\infty$-კენ კრებადი $E \subset [0,1]^2$, $\mu_2 E > 0$ სიმრავლეზე.

ლიტერატურა

1. N. N. Luzin, Integral and Trigonometric Series (GITTL,Moscow, 1951).
2. Yu. B. Germeier, “Riemann and Vallee–Poussin derivatives and their applications to some questions from the theory of trigonometric series,” Candidate’s Dissertation inMathematics and Physics, (Moscow State Univ., Moscow, 1946).
3. I. I. Privalov, Boundary Properties of Analytic Functions, 2nd ed. (GITTL, Moscow, 1950).
4. P. L. Ul’yanov, “Solved and unsolved problems in the theory of trigonometric and orthogonal series,” Russ. Math. Surv. **19**, 1–62 (1964).
5. D. E. Menshov, “Certain questions from the theory of trigonometric series” Vestn. Moskov. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Estestv. Nauk **1950** (8), 3–10 (1950).
6. A. Talalyan and F. G. Arutyunyan, “On the convergence to $+\infty$ of the Haar system” Mat. Sb. (N.S.) **66 (108)** (2) (1965), 240–247.
7. V. A. Skvortsov, “Differentiation with respect to nets, and the Haar series,” Math. Notes Acad. Sci. USSR **4**, 509–513 (1968).
8. P. L. Ul’yanov, “On the divergence of orthogonal series to $+\infty$” Nauch. Dokl.Vyssh. Shkoly Fiz.-Mat. Nauki **1958**, 4 (1958), 63–67.
9. R. I. Ovsepyan and A. A. Talalyan, “Convergence of orthogonal series to $+\infty$,” Math. Notes Acad. Sci. USSR **8** (1970), 545–549.
10. S. V. Konyagin, Limits of indeterminacy of trigonometric series. Math. Notes Acad. Sci. USSR **44** (1988), 910–920.
11. G. G. Gevorkyan, “On the convergence of Franklin series to $+\infty$,” Math. Notes **106** (2019), 334–341.
12. G. G. Gevorkyan and M. G. Grigoryan, “On convergence of quadratica partial sums of a multiple Franklin series to infinitiy,” J. Contemp.Math. Anal. **55** (2020), 5–12.
13. G. G. Gevorkyan, “On “Martingale property” of Franklin series,” Anal. Math. **45** (2019), 809–815.
14. G. G. Gevorkyan, K. A. Keryan, and M. P. Poghosyan, “Convergence to infinity for orthonormal spline series,” Acta Math. Hung. **162** (2020), 604–617.
15. L. D. Gogoladze, On the Problem of Convergence of Double Functional Series to $+\infty$, Journ. of Cont. Math. Analysis, Arm.Acad. of Sc., **56**, 1 (2021), 23-29.

ფურიეს ზოგადი მწკრივების უპირობო კრებადობა

გიორგი თუთბერიძე[1,2], ვახტანგ ცაგარეიშვილი[1], გიორგი ცაგარეიშვილი[1]

[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,

[2]საქართველოს უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

email: g.tutberidze@ug.edu.ge, giorgi.tutberidze@tsu.ge, cagare@ymail.com, giorgicagareishvili7@gmail.com

ბანახის შედეგებიდან გამომდინარეობს, რომ $f(x)=1$ ფუნქციის ფურიეს მწკრივიც კი არ არის კრებადი, ზოგადი ორთონორმირებული სისტემების (ონს) მიმართ.ჩვენს ნაშრომში მოძებნილია პირობები, რომლებსაც უნდა აკმაყოფილებდეს

(φ_n) ონს-ის φ_n ფუნქციები,რომ $f \in Lip1$ კლასის ფუნქციების ფურიეს მწკრივი იყოს თ.ყ. უპირობოდ კრებადი [0,1]-ზე. ნაჩვენების, რომ ნებისმიერი ონს შეიცავს ისეთ ქვესისტემას, რომლის მიმართ, ნებისმიერი $f \in Lip1$ კლასის ფუნქციის ფურიეს მწკრივი არის თ.ყ. უპირობოდ კრებადი [0,1]-ზე. მითითებულია, რომ მიღებული პირობები ადვილად შესამოწმებელია ჰაარისა და ტრიგონომეტრიული სისტემებისათვის.

ლაკუნებიანი ფურიეს ჯერადი ტრიგონომეტრიული მწკრივის ზოგიერთი თვისების შესახებ

რუსუდან მესხია
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
თბილისი, საქართველო
email: rusudan.meskhia@tsu.ge

განხილულია ლაკუნებიანი ფურიეს ჯერადი ტრიგონომეტრიული მწკრივის განზოგადებული აბსოლუტური კრებადობის საკითხი.

განზოგადებული აბსოლუტური კრებადობის საკმარისი პირობები მიღებულია ორი ცვლადის ფუნქციის შერეული და კერძო ცვლილების მოდულების ტერმინებში.

ფუნქციათა ზოგიერთი კლასის წარმომდგენი უნივერსალური ფუნქციების შესახებ

შაქრო ტეტუნაშვილი[1,2], თენგიზ ტეტუნაშვილი[2,3]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
[2]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
[3]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: s.tetunashvili@gtu.ge; stetun@hotmail.com, t.tetunashvili@gtu.ge; tengiztetunashvili@gmail.com

მოხსენება ეხება $(0,1)$-ზე განსაზღვრული ფუნქციათა ზოგიერთი A კლასის წარმომდგენი უნივერსალური ფუნქციების არსებობის საკითხს.

მოვიყვანოთ აუცილებელი განსაზღვრებები:

1) ვიტყვით, რომ $E \subset (0,1)$ სიმრავლე არის A კლასის ცალსახობის სიმრავლე, თუ A კლასის ნებისმიერი $f(x)$ და $g(x)$ ფუნქციებისათვის, რომელთათვისაც $f(x) = g(x)$, როცა $x \in E$ გამომდინარეობს, რომ $f(x) = g(x)$ ნებისმიერი $x \in (0,1)$-სთვის;

2) ვიტყვით, რომ $(0,1)$-ზე განსაზღვრული $F(x)$ ფუნქცია არის ფუნქციათა A კლასის წარმომდგენი უნივერსალური ფუნქცია, თუ ნებისმიერი $f(x) \in A$ ფუნქციისათვის არსებობს A კლასის ცალსახობის E სიმრავლე ისეთი, რომ $F(x) = f(x)$ ნებისმიერი $x \in E$-სთვის.

შევნიშნოთ, რომ დგინდება $(0,1)$-ზე განსაზღვრულ ფუნქციათა ისეთი კლასის არსებობა, რომელსაც არ გააჩნია წარმომდგენი უნივერსალური ფუნქცია.

მოხსენებაში განვიხილავთ $(0,1)$-ზე უწყვეტ ყველა ფუნქციათა $A = C(0,1)$ კლასს. ცხადია, რომ E სიმრავლე არის $C(0,1)$ კლასის ცალსახობის სიმრავლე მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ E არის $(0,1)$-ში ყველგან მკვრივი სიმრავლე.

ზემოთ მოყვანილი შენიშვნის გამო ბუნებრივია შეკითხვა:

არსებობს თუ არა $C(0,1)$ კლასის წარმომდგენი უნივერსალური ფუნქცია?

ამ კითხვაზე პასუხი დადებითია. სახელდობრ, მართებულია შემდეგი:

თეორემა. არსებობს ისეთი $F(x)$ ფუნქცია, რომ $F(x) \in L_p(0,1)$ ნებისმიერი $p > 0$-სთვის და $F(x)$ არის $C(0,1)$ კლასის წარმომდგენი უნივერსალური ფუნქცია.

შევნიშნოთ, რომ თეორემაში აღნიშნული $F(x)$ ფუნქცია, ასევე, არის $(0,1)$-ზე განსაზღვრულ წყვეტილ ფუნქციათა ზოგიერთი კლასის წარმომდგენი უნივერსალური ფუნქცია.

მაღალი რიგის უწყვეტობის მოდული და ფურიეს მწკრივები

თამაზ ქარჩავა[1], ალექსანდრე აპლაკოვი[2]
[1]სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: tkarchava01@gmail.com
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: aleksandre.aplakovi@tsu.ge

ცნობილია, რომ ტრიგონომეტრიული სისტემა არ ქმნის ბაზისს უწყვეტ ფუნქციათა **C** სივრცეში. უფრო მეტიც, ლებეგმა ააგო მაგალითი უწყვეტი ფუნქციისა, რომლის ფურიეს მწკრივი შემოუსაზღვრელად განშლადია წერტილში. ამიტომ, დადგა საკითხი, დახასიათებულიყო უწყვეტ ფუნქციათა სივრცის ის ქვესიმრავლეები,

რომლებიც უზრუნველყოფდნენ ფურიეს მწკრივების თანაბრად კრებადობას. ამ მიმართულებით ცნობილია ორი ძირითადი მიდგომა: 1) ქვეკლასების დახასიათება ფუნქციის ვარიაციის მეშვეობით(ჟორდანი, ვინერი, იუნგი, ჭანტურია, ოსკოლკოვი, ქარჩავა, ახობაძე, გოგინავა); 2)ქვეკლასების დახასიათება ფუნქციის სიგლუვის(უწყვეტობის მოდულის) ტერმინებში. ამ მხრივ აღსანიშნავია ლებეგის შემდეგი შეფასება:

$$\|f - S_n(f)\| \leq c\omega\left(\frac{1}{n}, f\right)\log(n+2),$$

სადაც $S_n(f)$ არის f ფუნქციის ტრიგონომეტრიული მწკრივის n-ური კერძო ჯამი, ხოლო ω -ფუნქციის უწყვეტობის მოდული.

ნაშრომის მიზანია ლებეგის ამ შედეგის გაუმჯობესება.

ვთქვათ, $\omega_p(\delta, f)$ არის მაღალი რიგის უწყვეტობის მოდული, რომელიც განიმარტება შემდეგნაირად:

$$\omega_p(\delta, f) = \sup_x \sup_{|h|\leq\delta} \left|\Delta_p(x, h, f)\right|, \qquad \omega_1(\delta, f) = \omega(\delta, f),$$

სადაც $\Delta_1(x, h, f) = f(x+h) - f(x)$; $\Delta_{p+1}(x, h, f) = \Delta_p(x+h, h, f) - \Delta_p(x, h, f)$.

მტკიცდება, რომ სამართლიანია შემდეგი:

თეორემა 1. ვთქვათ, $f \in C([0; 2\pi])$. მაშინ

$$\|f - S_n(f)\|_c \leq c \sum_{k=1}^{n} \frac{\omega_k\left(\frac{1}{n}, f\right)}{k2^k}$$

შედეგი 1. ვთქვათ, $f \in C([0; 2\pi])$. მაშინ

$$\|f - S_n(f)\|_c \leq c \max_{1\leq k\leq[\log\log n]} \omega_k\left(\frac{1}{n}, f\right).$$

შედეგი 2. ვთქვათ, $f \in C([0; 2\pi])$ და $\omega_k\left(\frac{1}{n}, f\right) \leq \frac{2^k}{l(k)}$, სადაც $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{l(k)k} < \infty$. მაშინ

$$\|f - S_n(f)\|_c \to 0 \text{ როცა } n \to \infty.$$

ორი ცვლადის ფუნქციის შვარცისმიერი გრადიენტები და დიფერენცირებადობა

ომარ ძაგნიძე[1], ირმა წივწივაძე[2]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: omar.dzagnidze@tsu.ge
[2]ა. წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო
email: irmatsiv@gmail.com

შვარცისმიერი წარმოებული განზოგადებულია ორი ცვლადის ფუნქციისთვის, რისთვისაც შემოტანილია შვარცისმიერი: დიფერენცირებადობა, დიფერენციალი, ჩვეულებრივი გრადიენტი, კუთხური გრადიეტი, ძლიერი გრადიენტი, განზოგადებული კუთხური გრადიენტი და განზოგადებული ძლიერი გრადიენტი.

დამტკიცებულია, რომ შვარცისმიერი დიფერენცირებადობა ეკვივალენტურია განზოგადებული კუთხური გრადიენტის არსებობის. დადგენილია, რომ ფუნქციის შვარცისმიერი დიფერენცირებადობა რაიმე წერტილზე იწვევს მის გლუვობას იმავე წერტილზე. გლუვი ფუნქციების კლასი მოიცავს შვარცისმიერ დიფერენცირებად და ჩვეულებრივ დიფერენცირებად ფუნქციებს.

ლიტერატურა

1. Dzagnidze, O., Tsivtsivadze, I. Schwarz Gradients and Differentiability for Functions of Two Variables. Real Anal. Exchange **49**, 1 (2024), 155-174.
2. Dzagnidze, O., Smoothness conditions for functions of two variables. Georgian Math. J. **28**, 6 (2021), 859-865.

კომპლექსური ანალიზისა და მისი გამოყენებების სექცია

ხელმძღვანელი – გრიგორ გიორგაძე
თანახელმძღვანელი – გიორგი ახალაია

ეძღვნება გიორგი მანჯავიძის 100 წლისთავს

გიორგი მანჯავიძის გამოკვლევების შესახებ განზოგადებულ ანალიზურ ფუნქციათა თეორიაში

გიორგი ახალაია, გია გიორგაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი.ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: giaakha@gmail.com, gia.giorgadze@tsu.ge

განზოგადებული ანალიზურ ფუნქციათა თეორიაში გიორგი მანჯავიძის ძირითადი შედეგები გადმოცემულია [1] მონოგრაფიაში. ამ ნაშრომს 1990 წელს მიენიჭა ნიკოლოზ მუსხელიშვილის პრემია.

ლიტერატურა

1. Manjavidze G. Boundary value problems with displacement for analytic and generalized analytic functions. Tbilisi Univ. Press, Tbilisi, 1990 (Russian).

პონტრიაგინის მაქსიმუმის პრინციპი 3-დონიანი კვანტური სისტემებისთვის

ნინო ბრეგვაძე
ი.. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
თბილისი, საქართველო
email: nbregvadze97@gmail.com

მოხსენებაში განვიხილავთ ოპტიმალური მართვის თეორიის თანამედროვე გამოყენებებს კვანტური სისტემების მართვაში [1]. დასმული იქნება ოპტიმალური მართვის ამოცანა 3-დონიანი კვანტური სისტემისთვის [2], რომლის დინამიკა აღიწერება შრედინგერის განტოლებით და მისი ფორმულირება მოხდება პონტრიაგინის მაქსიმუმის პრინციპის გამოყენებით [3]. ასევე განხილული იქნება ოპტიმალური ამონახსნის არსებობის საკითხი მოცემული ამოცანისთვის.

მადლობა. კვლევები შესრულებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტის N FR 22-354 მხარდაჭერით.

ლიტერატურა

1. Agrachev, A. A. and Sachkov, Y. L. Control theory from the geometric viewpoint, vol. 87 of Encyclopaedia of Mathematical Sciences (SpringerVerlag, Berlin, 2004)
2. Giorgadze, G. Control of quantum processing based on the three-level quantum system. In "Optimal Control and Differential Games" dedicated to the 110th anniversary of L. S. Pontryagin, StelkovMath.Ins. RAS, pp. 103-106, DOI: 10.4213/proc22979
3. Boscain, U., Sigalotti, M., Sugny, D. Introduction to the Pontryagin Maximum Principle for Quantum Optimal Control, 2021.

კონფლუენტური ჰოინის განტოლების გლობალური ამონახსნის შესახებ

გია გიორგაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: gia.giorgadze@tsu.ge

კონფლუენტური ჰოინის განტოლებას აქვს სამი განსაკუთრებული წერტილი, რომელთაგან ერთი ირეგულარულია, ხოლო ორი დანარჩენი კი რეგულარული. ამის გამო, კონფლუენტური ჰოინის განტოლება ექვივალენტური არ არის რიმანის (ჰიპერგეომეტრიული) განტოლების. კონფლუენტური ჰოინის განტოლების ლოკალურ ამონახსნთა სივრცის სტრუქტურა ყოველი განსაკუთრებული, მათ შორის ირეგულარული, წერტილის მიდამოში კარგადაა შესწავლილი და ცნობილია, რომ ირეგულარული წერტილის მიდამოში ამონახსნი არ წარმოიდგინება ხარისხოვანი მწკრივის საშუალებით. აქედან გამომდინარეობს, რომ ბმულობის პრობლემა, ანუ ლოკალური ამონახსნიდან გლობალურზე გადასვლა, კლასიკური დასმით ირეგულარული წერტილის მიდამოში აზრს კარგავს. მოხსენებაში განხილული იქნება ჰოინის განტოლებისათვის ბმულობის განზოგადებული პრობლემა. აღნიშნული კვლევა წარმოადგენს ჩვენს მიერ ადრე შესრულებული კვლევების გაგრძელებას [1].

მადლობა. კვლევები შესრულებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტის STEM-22-308 მხარდაჭერით.

ლიტერატურა

1. Giorgadze, G., Kakulashvili, G. On the Heun Equation Induced from Schwarz-Cristoffel Mapping. Bull. of TICMI, **27**, 2, pp. 99-105, 2023.

ფუქსის სისტემებისაგან ინდუცირებული ვექტორული ფიბრაციის დეფორმაციის სივრცის ჰოლომორფული სტრუქტურების განზომილების გამოთვლა

გეგა გულაღაშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email:gega.tsu.mathematic@gmail.com

მოხსენებაში განვიხილავთ რიმანის სფეროზე ფუქსის სისტემებისაგან ინდუცირებული ჰოლომორფული ვექტორული ფიბრაციის გახლეჩვის ტიპის (იხ. [1] და [2]) გამოსათვლელ ალგორითმს და მოვიყვანთ ზოგად მიდგომას ვექტორული ფიბრაციის კომპლექსური სტრუქტურების დეფორმაციის სივრცის განზომილების გამოსათვლელად.

მადლობა. კვლევები შესრულებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტის N FR - 22-354 მხარდაჭერით.

ლიტერატურა

1. Giorgadze, G., Gulagashvili, G. Riemann-Hilbert Boundary Value Problem withPiecewise Constant Transition Function. J Dyn Control Syst. **28** (2022), 109-119. https://doi.org/10.1007/s10883-020-09524-z.
2. Giorgadze, G., Gulagashvili, G. On the splitting type of holomorphic vector bundles induced from regular systems of differential equation. Georgian Mathematical Journal, **29**, 1 (2022), 25-35. https://doi.org/10.1515/gmj-2021-2113.

კომპლექსური ანალიზის გამოყენების შესახებ არსებითად არაწრფივი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემისათვის

თამაზ ვაშაყმაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათმატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: tamazvashakmadze@gmail.com

მოხსენებაში დრეკად ფირფიტათა დაზუსტებული თეორიის შესაბამისი მათემატიკური მოდელების განხილვის შემთხვევაში, სათანადო დიფერენციალური ოპერატორის მთავარი ნაწილი ლაპლასისა და ბიჰარმონიულ ოპერატორებთან ერთად შეიცავს ლაპლასის ოპერატორის კომპოზიციას მონჟ-ამპერის მეორე რიგის არაწრფივ

ფორმასთან. კომპლექსური ცვლადის გამოყენებით, იგება ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლეათა სისტემა, რომლის ამონასხნის ასაგებად ზეიდელის მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდი კრებადია.

მრავალკუთხედის განზოგადებული მოდულის გამოთვლა

გიორგი კაკულაშვილი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ვლადიმერ ჭავჭანიძის სახელობის კიბერნეტიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: giorigk1994@gmail.com

მოხსენებაში შემოვიღებთ განზოგადებული მოდულის ცნებას, რომლის გამოყენებით განვსაზღვრავთ მრავალკუთხედის კონფორმული მახასიათებლებს. n გვერდის მქონე მრავალკუთხედისთვის განზგადებული მოდული n-3 პარამეტრისა და შიდა კუთხეების განლაგებით ზომავს ნებისმიერი მეზობელი გვერდების შეფარდებას. ეს შედეგები არის ჩვენს მიერ ადრე მიღებული შედეგების განზოგადება (იხ. [1] და [2]).

მადლობა. კვლევები შესრულებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტის N FR 22-354 მხარდაჭერით.

ლიტერატურა

1. Giorgadze, G., Kakulashvili, G. On the Parameter Problem of the Schwarz–Christoffel Mapping and Moduli of Quadrilaterals. Comput. Methods Funct. Theory (2023). https://doi.org/10.1007/s40315-022-00476-y.
2. Giorgadze G., Kakulashvili G. On the generalized conformal modules of quadrilaterals. Proc. VIAM, **71** (2021), 8-18.

განზოგადოებულ ანალიზურ ფუნქციათა რეიტინგი და მისი ზოგიერთი გამოყენება

გიორგი მაქაცარია[1], ნინო მანჯავიძე[2]
[1] საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ვ. ჭავჭანიძის სახელობის კიბერნეტიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: giorgi.makatsaria@gmail.com
[2] ილიას სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: nino.manjavidze@iliauni.edu.ge

განიხილება კომპლექსურ სიბრტყეზე ფიქსირებული რეგულარული წარმომქმნელი წყვილი (a, b) და შესაბამისი განზოგადოებულ ანალიზურ ფუნქციათა კლასი $\mathbb{A}(a, b)$ (იხ. [1,2]). აღნიშნული კლასის ყოველ წარმომადგენელ ω-ს მიეწერება რეიტინგი; რეიტინგი არის ნამდვილი არაუარყოფითი რიცხვი ან უსასრულობა და იგი გვაძლევს მნიშვნელოვან ინფორმაციას განზოგადოებული ანალიზური ω ფუნქციის ყოფაქცევის შესახებ უსასრულოდ შორეული წერტილის მახლობლობაში. რეიტინგის ცნების საფუძველზე კლასი $\mathbb{A}(a, b)$ ბუნებრივად წარმოიდგინება დიზიუნქციური გაერთიანების სახით.

მოძებნილია სასრული რეიტინგის განზოგადოებულ ანალიზურ ფუნქციათა დამახასიათებელი ზოგადი თვისება. უსასრულო რეიტინგის განზოგადოებულ ანალიზურ ფუნქციათა კლასში მოძებნილია გარკვეული თვალსაზრისით ეგზოტიკური სტრუქტურის მქონე ელემენტები. დამტკიცებულია, რომ მსგავსი სტრუქტურა არა აქვთ სასრული რეიტინგის მქონე განზოგადოებულ ანალიზურ ფუნქციებს.

მადლობა. ეს ნაშრომი მხარდაჭერილია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით # FR 22-354.

ლიტერატურა

1. Vekua I. Generalized Analytic Functions. Oxford: Pergamon, 1962.
2. Akhalaia G., Giorgadze G., Jikia V., Kaldani N., Makatsaria G., Manjavidze N. Elliptic Systems on Riemann Surfaces. Bulletin of TICMI. **13** (2012), 1-154.

კოშის გულიანი სინგულარული ინტეგრალის არსებობის აუცილებელი და საკმარისი პირობა

იოსებ მაჭავარიანი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: ioseb.machavariani@inbox.ru

ნაჩვენებია, რომ გამოსახულება რომელსაც ნაშრომებში [1,2] ა.პ. კალდერონი უწოდებს კოშის ოპერატორს არაა კოშის ოპერატორი და იქ მოყვანილი დებულებები შეცდომითაა ფორმულირებული. E_2 კომპლექსურ სიბრტყეზე ჩვენ განვიხილავთ გაწრფევად წირებს $\Gamma: \ \zeta = \zeta(t), \ \ t \in [a, b]$. კოშის გულიანი სინგულარული ინტეგრალი განიმარტება ასე

$$K_\Gamma(F, \zeta_0) = v.p. \int_\Gamma \frac{F(\zeta)}{\zeta - \zeta_0}\, d\,\zeta, \quad F \in L(\Gamma), \ \ \zeta_0 \in \Gamma\,.$$

ყოველი $z \in E_2$, $\alpha \in [0, 2\pi]$, $\mu_\Gamma(z, \alpha)$ არის რაოდენობა იმ წერტილებისა, სადაც ნახევარწრფე $\zeta = z + \rho e^{i\alpha}$, $\rho > 0$ კვეთს Γ წირს და

$$R_\Gamma(z) = \int_0^{2\pi} \mu_\Gamma(z, \alpha)\, d\alpha\,.$$

თეორემა: პირობა $mes\,\{\zeta: \ \ \zeta \in \Gamma, \ R_\Gamma(\zeta) = \infty\} = 0$ აუცილებელი და საკმარისია კოშის გულიანი სინგულარული ინტეგრალი Γ წირზე თითქმის ყველგან რომ არსებობდეს ყოველი $F \in L(\Gamma)$ ფუნქციისათვის.

შევნიშნავთ, რომ ეს თეორემა შედეგია $Im\,K_\Gamma(F, \zeta_0)$ ოპერატორის ორმხრივი შეფასებისა (იხ.[3], თეორემა 1), მაგრამ მაშინ ჩვენ ეს ვერ შევნიშნეთ.

ლიტერატურა

1. Calderon, A.P. Cauchy integrals on Lipschitz curves and related operators, Proc. Nat. Acad.Sci. U.S.A. **74**, 4 (1977), 1324-1327.
2. Calderon, A.P., Calderon,C.P.,Fabes,E.,Jodeit, M.,Riviere,N.M. Applications of the Cauchy integralon Lipschitz curves, Bull. Amer. Math. Soc. **84**, 2 (1978), 287-290.
3. Machavariani, I.D. Theexistenceof a singularintegralwith a Cauchy kernel (inRussian), Soobsh.akad.NaukGrusin SSR **80**, 2 (1975), 277-280.

ახალი ფიზიკა, ნახევრადინკლუზიური განაწილებები და სტატისტიკური პოტენციალები

ნუგზარ მახალდიანი
ბირთვის კვლევის გაერთიანებული ინსტიტუტი,
დუბნა, რუსეთის ფედერაცია
email: mnv@jinr.ru

მოცემულია ახალი ფიზიკის თანამედროვე მნიშვნელობის ფორმალური განმარტება. განხილულია W და H ბოზონების სტრუქტურა. დადგენილია ჰაგედორნის, ცალის და უარყოფითი ბინომიალური განაწილებებს შორის კავშირი ინკლუზიური განივკვეთებისათვის. ნაშრომში [1] მოცემული არარიმანული ნულები შემოწმებულია პირდაპირი გამოთვლებით.

ლიტერატურა

1. Makhaldiani, N. New Physics, p-Adic Nature of the Vacuum Energy, and Cosmological Constant, November 2023, Physics of Particles and Nuclei, **54**, 6: 1053-1055. DOI: 10.1134/S1063779623060199

დოლბოს ლემის განზოგადება

ირაკლი სიხარულიძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
თბილისი, საქართველო
email: irakli.sikharulidze407@ens.tsu.edu.ge

X კომპლექსური მრავალსახეობის ღია ქვესიმრავლეზე$U \subseteq X(0,1)$ ტიპის დიფერენციალური 1-ფორმის, $\alpha \in \mathcal{A}_X^{0,1}(U)$, მიმართ განისაზღვრება $\mathcal{O}_X(U)$-მოდულთა ჰომომორფიზმი შემდეგნაირად

$$\overline{\partial}_\alpha\colon \mathcal{A}_X^{p,q}(U) \to \mathcal{A}_X^{p,q+1}(U), \qquad \omega \mapsto \overline{\partial}_\alpha(\omega) := \overline{\partial}\omega - \alpha \wedge \omega,$$

რომლისთვისაც, α-ზე გარკვეული პირობების დადების შემდეგ, მოიყვანებადოლბოს ლემის ანალოგი.

მადლობა. კვლევები შესრულებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიეროფონდის გრანტის N FR 22-354 მხარდაჭერით.

გლობალური მონოდრომიის ამოცანა ჰიპერგეომეტრიული განტოლებისათვის

მარიამ ყაზაიშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
თბილისი, საქართველო
email: Mariami.Kazaishvili107@ens.tsu.edu.ge

აგებული იქნება ჰიპერგეომეტრიული განტოლების სამ სხვადასხვა განსაკუთრებულ წერტილში ამონახსნთა სივრცეების ბაზისები. მოცემული იქნება ამ სივრცეებს შორის იზომორფიზმის ანალიზური სახე, რომელიც ერთმანეთთან დააკავშირებს ამ სივრცეების ბაზისებს (იხ. [1]).

ლიტერატურა

1. Saulloy, J. Differential Galois theory through Riemann-Hilbert correspondence. AMS, Graduite Studies in Mathematics, 177, 2016.

რიმან-ჰილბერტის სასაზღვრო ამოცანა ძვრით განზოგადებული ანალიზური ფუნქციებისათვის

მარიამ ჩახოიანცი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველომეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
email: mariami.chakhoiantsi375@ens.tsu.edu.ge

მოხსენებაში ჩვენ განვიხილავთ რიმან-ჰილბერტის სასაზღვრო ამოცანის განზოგადებას. კერძოდ, კვლევის ობიექტი იქნება რიმან-ჰილბერტის სასაზღვრო ამოცანა განზოგადებული ანალიზური ფუნქციებისათვის იმ შემთხვევაში, როდესაც ამოცანა შეიცავს ძვრის ოპერატორს. ვაჩვენებთ, რომ ამ შემთხვევაში, ამოცანის ამოხსნადობა დამოკიდებულია ძვრის ოპერატორისაგან ინდუცირებული რიმანის ზედაპირის კომპლექსურ სტრუქტურაზე.

ლამეს განტოლების მონოდრომიის შესახებ

თინათინ ჭოველიძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
თბილისი, საქართველო
email: Tinatin.Chovelidze100@ens.tsu.edu.ge

ცნობილია, რომ ლამეს განტოლება არის ჰოინის განტოლების კანონიკური ფორმა და დამოკიდებულია ერთ აქსესორულ პარამეტრზე, რის გამოც ზოგად შემთხვევაში მისი მონოდრმიის გამოთვლა შეუძლებელია, მაგრამმონოდრომიის ჯგუფის დახასიათება შესაძლებელია. ზოგიერთ სპეციალურ შემთხვევაში ვაჩვენებთ, რომმონოდრომიის ჯგუფი წარმოქმნილია არეკვლებისაგან (იხ. [1]).

ლიტერატურა

1. Van der Waall, A. Lame equation with finite monodrmy. Preprint, 2014.

კულონური ტალღური ფუნქციის რეგულარული ფურიე სახე

ვაგნერ ჯიქია
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი. კიბერნეტიკის ინსტიტუტი.
თბილისი, საქართველო
email: v_jikia@yahoo.com

აღწერილია გაფანტვის ორნაწილაკობრივი კულონური ფუნქციის რეგულა-რული ფურიე სახე. მათემატიკურად მკაცრად ნაჩვენებია, რომ განხილული ფუნ-ქცია არსებობს განზოგადოებული ფუნქციების აზრით. სუსტ წარმოდგენაში იგი ეკუთვნის ჰილბერტის სივრცის კვადრატით ინტეგრებად ფუნქციათა კლასს და შესაბამისად, წარმოადგენს უწყვეტი სპექტრის ფუნქციათა სრულ სისტემას. მას გააჩნია მარტივი ანალიზური სტრუქტურა და აკმაყოფილებს შეშფოთებათა თე-ორიის ორნაწილაკობრივ ერთგავროვან ინტეგრალურ განტოლებას.

ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისა და ოპტიმალური მართვის სექცია

ეძღვნება გურამ ხარატიშვილის 90 წლისთავს

ხელმძღვანელები – თამაზ თადუმაძე, რომან კოპლატაძე
თანახელმძღვანელი - თეა შავაძე

გურამ ხარატიშვილი-90

თამაზ თადუმაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი და ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: tamaz.tadumadze@tsu.ge

მოხსენება ეხება გურამ ხარატიშვილის ცხოვრების, მეცნიერული და პედაგოგიური მოღვაწეობის ასპექტებს.

ოპტიმალურობის აუცილებელი პირობები საბაზრო ურთიერთობის ოპტიმიზაციის ერთი ამოცანისთვის

ლელა ალხაზიშვილი[1], მედეა იორდანიშვილი[2]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, კომპიუტერულ მეცნიერებათა დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
email: lela.alkhazishvili@tsu.ge
[2]წმ. ანდრიას ქართული უნივერსიტეტი, ბიზნესის, კომპიუტინგის და სოციალურ მეცნიერებათა სკოლა, თბილისი, საქართველო
email: m.iordanishvili@sangu.edu.ge

საბაზრო ურთიერთობის მოდელისთვის განხილულია შემდეგი ოპტიმალური ამოცანა შერეული საწყისი პირობით

$$\begin{cases} \dot{p}(t) = ap(t) + bq^1(t), \\ \dot{q}^1(t) = cp(t) + dq^1(t), \\ \dot{q}^2(t) = D_1(t, u(t-\rho)) - S_1(t, p(t-\tau), q^1(t-\sigma), u(t)), \\ \dot{q}^3(t) = D_2(t, v(t-\theta)) - S_2(t, p(t-\tau), q^1(t-\sigma), v(t)); \end{cases}$$

$$p(t) = \varphi(t),\ t < t_0,\ p(t_0) = p_0;\ q^1(t) = g(t),\ t \le t_0;$$
$$[q^2(t_1)]^2 + [q^3(t_1)]^2 \to \min .$$

მიღებულია საწყისი და საბოლოო მომენტების, დაგვიანების პარამეტრების, საწყისი ვექტორის, საწყისი და მართვის ფუნქციების ოპტიმალურობის აუცილებელი პირობები.

ჩვეულებრივ წრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემების ნამდვილ რიცხვთა R ღერძზე შემოსაზღვრული ამონახსნების არსებობის კრიტერიუმი

ბესარიონ ანჯაფარიძე[1], მალხაზ აშორდია[2]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
email: besarion.anjaparidze305@ens.tsu.edu.ge
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
ა. რაზმაძის მათემტიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, ნ. მუსხელიშვილის გამთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: malkhaz.ashordia@tsu.ge, ashord@rmi.ge

დადგენილია აუცილებელი და საკმარისი პირობები, რომლებიც უზრუნველყოფს ჩვეულებრივ წრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემების შემოსაზღრული ამონახსნების არსებობას ნამდვილ რიცხვთა R ღერძზე ნიკოლეტის პირობებში. აგრეთვე, დადგენილია ასეთი ამონახსნის ერთადერთობისა და არაუარყოფითობის საკმარისი პირობები. ადრეული წლების შრომებში დადგენილი იყო მხოლოდ საკმარისი პირობები (იხ. [1] და იქ აღნიშნული ლიტერატურა).

ლიტერატურა

1. Kiguradze I. The initial value problem and boundary value problems for systems of ordinary differential equations. (Russian) Linear theory, Vol. **I**, Metsniereba, Tbilisi, 1997.

საქართველოში საცხოვრებელი უძრავი ქონების ფასების ინდექსის პროგნოზირების პრობლემა

აკაკი გაბელაია
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, გამოთვლითი მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო
email: agabelaia@gtu.ge

როგორც ცნობილია, საქართველოში საცხოვრებელი უძრავი ქონების ფასების ინდექსი (RPPI) ასახავს საცხოვრებელი უძრავი ქონების ფასების დინამიკას. ინდექსი მოიცავს უძრავი ქონების ბაზრის ახალი აშენებული და მშენებარე საცხოვრებლების სეგმენტს ქ. თბილისში. ნაშრომში განხილულია RPPI ინდექსის პროგნოზირების პრობლემა (კვარტლების ჭრილში), თანამედროვე მათემატიკური მოდელებისა და ცნობილი კომპიუტერული პროგრამის EViews-10-ის („ეკონომეტრიკული ხედვები“) ბაზაზე.

შეშფოთებული სამართი ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის წარმოდგენის ფორმულა საწყისი მომენტის ვარიაციისა და უწყვეტი საწყისი პირობის გათვალისწინებით

თამაზ თადუმაძე[1], ფრიდონ დვალიშვილი[2], კარზან ბერდავუდი[3]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი და ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი,
თბილისი, საქართველო
email: tamaz.tadumadze@tsu.ge
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, კომპიუტერულ მეცნიერებათა დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
email: pridon.dvalishvili@tsu.ge
[3]სალაჰადინის უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი-მეცნიერებათა კოლეჯი,
ერბილი, ერაყი
email:karzan.ahmad@yahoo.com

ვთქვათ $t_{01} < t_{02} < t_1, 0 < \tau_{11} < \tau_{12}$ არის მოცემული რიცხვები, ხოლო Φ და Ω – უწყვე ტად წარმოებადი $\varphi(t)$ საწყისი ფუნქციებისა და უბან-უბან უწყვეტი $u(t)$ მართვის ფუნქციების სიმრავლე. ყოველ

$$w = (t_0, \tau, \varphi(t), u(t)) \in W = (t_{01}, t_{02}) \times (\tau_{11}, \tau_{12}) \times \Phi \times \Omega$$

ელემენტს შევუსაბამოთ სამართი ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლება

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), x(t-\tau), u(t)), \; t \in [t_0, t_1] \tag{1}$$

უწყვეტი საწყისი პირობით

$$x(t)=\varphi(t), t\in[\hat{\tau},t_0]. \qquad (2)$$

w ელემენტის შესაბამისი ამონახსნი $x(t;w)$ ეწოდება (1)-(2) ამოცანის ამონახსნს. ნაშრომში, დადგენილია $x(t;w_0+\delta w)$ ამონახსნის წარმოდგენის ფორმულა $x(t;w_0)$ ამონახსნით, სადაც $w_0=(t_{00},\tau_0,\varphi_0(t),u_0(t))\in W$, ხოლო $\delta w=w-w_0=(\delta t_0,\delta\tau,\delta\varphi(t),,\delta u(t))$. ფორმულაში გამოვლენილია საწყისი t_{00} მომენტის ვარიაციისა და (2) პირობის ეფექტები. ანალოგიური პრობლემა ფიქსირებული საწყისი მომენტის შემთხვევისთვის გამოკვლეულია [1, 2]-ში.

ლიტერატურა

1. Tadumadze T., Dvalishvili Ph., Shavadze T. On the representation of solution of theperturbed controlled differential equation with delay and continuous initial condition. Appl. Comput. Math. **18**, 3 (2019), 305–315.
2. Nachaoui A., Shavadze T. and Tadumadze T. The local representation formula ofsolution for the perturbed controlled differential equation with delay and discontinuous initial condition. Mathematics **8** (2020), 1845, 12 pp.

პირველი რიგის დაგვიანებულ არგუმენტიანი დიფერენციალურ განტოლებათა ამონახსნების სპეციფიური თვისებების შესახებ

რომან კოპლატაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი და ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

email: r_koplatadze@yahoo.com, roman.koplatadze@tsu.ge

განხილულია პირველი რიგის დაგვინებულ არგუმენტიანი დიფერენცილური განტოლება. დადგენილია წესიერი ამონახსნების რხევადობის საკმარისი პირობები, რომლებიც წარმოადგენს ადრე კარგად ცნობილი შედეგების განზოგადოებას.

ცოდნის შემოწმების ტესტის ოპტიმალური სტრუქტურის ფორმირების მათემატიკური მოდელები

ბეჟან ღვაბერიძე
ი.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
კომპიუტერულ მეცნიერებათა დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
email: bezhan.ghvaberidze@tsu.ge

ტესტის სტრუქტურის დადგენის ამოცანისათვი შემოთავაზებულია მიდგომა, რომელიც ეფუძნება დისკრეტული ოპტიმიზაციის მოდელებსა და ალგორითმებს.

რევმატოიდული ართრიტის მიმდინარეობისა და თერაპიის არაწრფივი მათემატიკური მოდელი და მისი რეალიზაცია

ვლადიმერ ოდიშარია[1], ზვიად ყალიჩავა[2], ნონა ჯანიკაშვილი[3]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
email: vladimer.odisharia@tsu.ge
[2] საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, ნ. მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: zviadi.kalichava@gmail.com
[3]თბილისის სახელმწიფო სამედიცინო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: njanikashvili@tsmu.edu

ჩვენს მიერ [1] და [2]-ში შემოთავაზებული მოდელების ბაზაზე შემუშავებულია ახალი მათემატიკური მოდელი, რომლის საშუალებითაც აღიწერება რევმატოიდული ართრიტის იმუნოპათოგენეზისა და დაავადების მკურნალობის პროცესები. აღნიშნული მოდელის მიხედვით არსებობენ სამიზნე J უჯრედები, რომლებსაც გარკვეული მიზეზების გამო ორგანიზმის იმუნური სისტემა აღიქვამს „მტრულ" უჯრედებად და იწყებს მათ განადგურებას. პროცესში გათვალისწინებულია B რეაქტიული, T ჰელპერ, T რეგულატორულ უჯრედებსა და ანთების მედიატორ IL6-ის ურთიერთკავშირი. არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემა აღწერს სამიზნე J უჯრედების, B, Th, Treg ლიმფოციტების და IL6-ის პოპულაციების ზომის და სისხლში სამკურნალო საშუალებების კონცენტრაციის ცვლილებებს. მკურნალობის პროცესი მიმდინარეობს კომბინი-რებულად, ორი პრეპარატის გამოყენებით. მოდელის მიხედვით დაავადება წარმოიშობა, როდესაც B უჯრედების რაოდენობა ზღვრულ ნორმას გადააჭარბებს. განტოლებებში მონაწილე სამკურნალო საშუალებები ხელს უწყობენ მიზნობრივი უჯრედების გამრავლებას და/ან B ლიმფოციტების დაყვანას ზღვრულ რაოდე-ნობამდე, რაც მიიღწევა Th და Treg უჯრედებსა და IL6-ზე წამლის ფუნქციონალური ზემოქმედებით. სამკურნალო საშუალებების დოზირებისა და ეფექტურობის შესაფასებლად დასმულია და ამოხსნილია კოშის ამოცანა.

მადლობა. კვლევა განხორციელებულია შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით, გრანტის # STEM 22-360.

ლიტერატურა

1. Odisharia K., Odisharia V., Tsereteli P., Janikashvili N. On the Mathematical Model of Drug Treatment of Rheumatoid Arthritis. Springer International Publishing, Mathematics, Informatics, and their Applications in Natural Sciences and Engineering, Chapter No: 10 (2019), 161-168.
2. Tsereteli P., Odisharia V., Janikashvili N. Mathematical modeling of rheumatoid arthritis and its treatment. Computer Sciences and Telecomunications, **1**, 61 (2022), 19-31.

ამონახსნის წარმოდგენის შესახებ ერთი კლასის შეშფოთებული სამართი ნეიტრალური ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლებისთვის უწყვეტი საწყისი პირობით

თეა შავაძე[1], ია რამიშვილი[2], ნიკა გორგოძე[3]

[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: Tea.shavadze@gmail.com

[2] საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო
email: ia.ramis@yahoo.com

[3] აკაკი წერეთლის ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი,
ქუთაისი, საქართველო
email: nika.gorgodze@atsu.edu.ge

დადგენილია ანალიზური კავშირი კოშის საწყისი ამოცანისა და შესაბამისი შეშფოთებული ამოცანის ამონახსნებს შორის სამართი ნეიტრალური ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლებისთვის უწყვეტი საწყისიპირობით, რომლის მარჯვენა მხარე წრფივია ფაზური სიჩქარის წინაისტორიის მიმართ. ამონახსნის წარმოდგენის ფორმულაში გამოვლენილია ფაზურ კოორდინატებში შემავალი დაგვიანების პარამეტრის, საწყისი და მართვის ფუნქციების შეშფოთების ეფექტები.

მადლობა. შრომა შესრულებულია შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსური მხარდაჭერით, გრანტის ნომერი: YS-21-554.

კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების სექცია

ხელმძღვანელები – დავით ნატროშვილი, სერგო ხარიბეგაშვილი, თემურ ჯანგველაძე
თანახელმძღვანელი – ზურაბ კიღურაძე

სასაზღვრო ამოცანა მაღალი რიგის არაწრფივ ჰიპერბოლურ სისტემათა ერთი კლასისათვის

თეონა ბიბილაშვილი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, ინფორმატიკის და მართვის სისტემების ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
email: teonabibilashvili12@gmail.com

მაღალი რიგის არაწრფივ ჰიპერბოლურ სისტემათა ერთი კლასისათვის კუთხოვან არეში განხილულია სასაზღვრო ამოცანა დირიხლეს და ნეიმანის ტიპის სასაზღვრო პირობებით. შემოდის დასმული ამოცანის სუსტი განზოგადებული ამონახსნის ცნება სობოლევის სივრცის გარკვეულ ქვესივრცეზე. ეს ამოცანა ეკვივალენტურად დაიყვანება არაწრფივ ფუნქციონალურ განტოლებაზე აღნიშნულ სივრცეში. არაწრფივ წევრებზე დადებულ გარკვეულ პირობებში მტკიცდება ფუნქციონალური განტოლების ამონახსნის აპრიორული შეფასება, საიდანაც გამომდინარეობს მისი არსებობა. განხილულია აგრეთვე დასმული ამოცანის ამონახსნის ერთადერთობის და არარსებობის საკითხი.

მანქანური სწავლების გამოყენებით ერთი მრავალგანზომილებიანი კერძოწარმოებულიანი განტოლებათა სისტემის რიცხვითი ამოხსნა

მიხეილ გაგოშიძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო,
email: MishaGagoshidze@gmail.com

განხილულია მაქსველის არაწრფივ კერძოწარმოებულებიან განტოლებათა სისტემაზე [1] დაფუძნებული მრავალგანზომილებიანი მოდელი. ჩატარებულია რიცხვითი ექსპერიმენტები დეკომპოზიციური ალგორითმებისა [2, 3] და მანქანური სწავლების მეთოდების გამოყენებით [4]. გაკეთებულია მიღებული შედეგების ანალიზი და კომპიუტერული ექსპერიმენტების შედარება თეორიულ დასკვნებთან.

მადლობა. კვლევა განხორციელდა შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით [გრანტის ნომერი FR-21-2101].

ლიტერატურა

1. Landau, L., Lifschitz E. Electrodynamics of Continuous Media, Course of Theoretical Physics, Moscow, 1957.
2. Abuladze, I.O., Gordeziani, D.G., Dzhangveladze, T.A., Korshiya, T.K. Discrete models for a nonlinear magnetic-field-scattering problem with thermal conductivity. Differential'nye Uravnenyia, **22, 7** (1986), 1119-1129. English translation: Differential Equations, **22, 7** (1986), 769-777 (Russian).
3. Jangveladze, T. Investigation and numerical solution of nonlinear partial differential and integro-differential models based on system of Maxwell equations. Mem. Differential Equations Math. Phys., **76** (2019), 1-118.
4. Raissi, M., Perdikaris. P., Karniadakis. G. E., Physics informed deep learning (Part I): data-driven solutions of nonlinear partial differential equations. arXiv 1711.10561, 2017; https://arxiv.org/abs/1711.10561.

კოშის ამოცანის ამოხსნა კვადრატურებში მაღალი რიგის მკაცრად ჰიპერბოლურ განტოლებათა ერთი კლასისათვის

ირინე სიგუა[1], მარიამ ვარდანაშვილი[2]
[1]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი
თბილისი, საქართველო
email: irinasigua@gtu.ge
[2]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, ინფორმატიკის და მართვის სისტემების ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
email: marivardanashvili2@gmail.com

ნაშრომში შემოთავაზებულია მიდგომა, რომელიც საშუალებას იძლევა კონსტრუქციული გზით ეფექტურად ამოვწეროთ კოშის ამოცანის ამონახსნი კვადრატურებში მაღალი რიგის მკაცრად ჰიპერბოლურ განტოლებათა ერთი კლასისთვის.

ლოკალიზებულ პოტენციალთა მეთოდი დრეკადობის თეორიის მდგრადი რხევის შერეული ამოცანებისთვის

დავით ნატროშვილი[1], მაია მრევლიშვილი[2], ზურაბ თედიაშვილი[1]
[1]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო
email: natrosh@hotmail.com, email: z.tediashvili@gtu.ge
[2]ტექნოლოგიის სკოლა, ილიას სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: m_mrevlishvili@yahoo.com

ჩვენ განვიხილავთ დრეკადობის თეორიის მდგრადი რხევის განტოლებებისთვის სამგანზომილებიან შერეულ გარე სასაზღვრო ამოცანებს. იზოტროპული დრეკადი მასალით შევსებული $\Omega^- \subset R^3$ უსასრულო არის კომპაქტური $S = \partial\Omega^-$ საზღვარი დაყოფილია ორ არათანამკვეთ დირიხლეს S_D და ნეიმანის S_N ნაწილებად, რომლებზეც შესაბამისად მოცემულია გადაადგილების ვექტორის ზღვრული მნიშვნელობა (დირიხლეს ტიპის პირობა) და ძაბვის ვექტორის ზღვრული მნიშვნელობა (ნეიმანის ტიპის პირობა). ჩვენი მიდგომა ეფუძნება პოტენციალთა კლასიკურ მეთოდს. შერეული სასაზღვრო ამოცანის ამონახსნს ჩვენ ვეძებთ მარტივი და ორმაგი ფენის პოტენციალების წრფივი კომბინაციის სახით, რომელთა სიმკვრივეები შესაბამისად შეყურსულია საზღვრის S_D დირიხლეს და S_N ნეიმანის ნაწილებზე. ამ მიდგომას აღნიშნული შერეული სასაზღვრო ამოცანა დაყავს სასაზღვრო ინტეგრალურ განტოლებებზე, რომლებიც არ შეიცავენ არც დირიხლეს და ნეიმანის სასაზღვრო მონაცემების გაგრძელებებს მთელ საზღვარზე და არც რომელიმე სასაზღვრო ოპერატორის შებრუნებულს. მიღებული სასაზღვრო ინტეგრალური განტოლებების სისტემის მარჯვენა მხარეები მატივი ვექტორ-ფუნქციებია, რომლებიც ემთხვევა განსახილველი ამოცანის დირიხლესა და ნეიმანის მონაცემებს. დამტკიცებულია, რომ შესაბამისი მატრიცული ინტეგრალური ოპერატორი შემოსაზღვრული და კოერციტიულია L_2-სივრიცის ბაზაზე აგებული ბესელის პოტენციალთა შესაბამის სივრცეებში. ამიტომ ოპერატორი შებრუნებადია, ხოლო შერეული სასაზღვრო ამოცანა ცალსახად ამოხსნადია ვექტორ-ფუნქციათა კლასში, რომელიც ეკუთვნის სობოლევის $\left[W^1_{2,loc}\left(\Omega^-\right)\right]^3$ სივრცეს და აკმაყოფილებს ზომერფილდ-კუპრაძის გამოსხივების პირობებს. ჩვენ ასევე ვამტკიცებთ, რომ შესაბამისი სასაზღვრო პირობების შემთხვევაში შერეული სასაზღვრო ამოცანის ამონახსნი ეკუთვნის ჰელდერის $C^{\alpha}\left(\overline{\Omega^-}\right)$ კლასს, სადაც $\alpha = \frac{1}{2} - \varepsilon$ და $\varepsilon > 0$ ნებისმიერად მცირე რიცხვია.

მადლობა. ნაშრომი შესრულებულია საქართველოს შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტის (FR-23-267) მხარდაჭერით.

მანქანური სწავლების გამოყენებით მრავალგანზომილებიანი სისტემის რიცხვითი ამოხსნის შესახებ

ბესიკი ტაბატაძე
ევროპის უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: tabatadze.besik@eu.edu.ge

განხილულია მცენარეთა ფოთლების ძარღვოვანი განვითარების აღმწერი არაწრფივი კერძოწარმოებულებიან განტოლებათა ორგანზომილებიანი სისტემის [1] მრავალგანზომილებიანი ანალოგი. ჩატარებულია რიცხვითი ექსპერიმენტები მრავალგანზომილებიანი მოდელებისათვის დეკომპოზიციური ალგორითმებისა [2, 3] და მანქანური სწავლების მეთოდების გამოყენებით [4]. გაკეთებულია მიღებული შედეგების ანალიზი და კომპიუტერული ექსპერიმენტების შედარება თეორიულ დასკვნებთან.

ლიტერატურა

1. Mitchison, G.J. The polar transport of auxin and vein patterns in plants, Philos. Trans. R. Soc. Lond. B Biol. Sci., **295** (1981), 461-471.
2. Dzhangveladze, T.A. Averaged model of sum approximation for a system of nonlinear partial differential equations, Proc. I. Vekua Inst. Appl. Math., **19** (1987), 60–73 (Russian).
3. Jangveladze, T., Kiguradze, Z., Gagoshidze, M., Nikolishvili, M. Stability and convergence of the variable directions difference scheme for one nonlinear two dimensional model. International Journal of Biomathematics. **8.5** (2015), 1550057 (21 pages), DOI: 10.1142/S1793524515500576.
4. Raissi, M., Perdikaris. P., Karniadakis. G. E., Physics informed deep learning (Part I): data-driven solutions of nonlinear partial differential equations. arXiv 1711.10561, 2017; https://arxiv.org/abs/1711.10561.

არაერთგვაროვან ვარსკვლავში დეტონაციური დარტყმითი ტალღის გავრცელების მათემატიკური მოდელი

თემურ ჩილაჩავა, რუსუდან ზედაშიძე
სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: temo_chilachava@yahoo.com, rusudanzedashidze@yahoo.com

ასტროფიზიკური პროცესების მათემატიკური მოდელირება ერთერთი ყველაზე აქტუალური პრობლემაა თანამედროვე გამოყენებითი მათემატიკის. ასტროფიზიკის ბევრი ამოცანის ამოხსნისათვის აუცილებელია გაზური სხეულების დინამიკის შესწავლა, რომლებიც ურთიერთქმედებენ გრავიტაციულ ველთან [1, 2]. ნაშრომში განხილულია არაავტომოდელური ამოცანა სიცარიელესთან მოსაზღვრე

არაერთგვაროვანი გაზური სხეულის (ვარსკვლავის სიმკვრივის ვარდნა კუბური ფუნქციით ცენტრალური ბირთვიდან ზედაპირისკენ) ცენტრალური აფეთქების შესახებ, რომელიც იმყოფება წონასწორობაში საკუთარ გრავიტაციულ ველში.

ამოცანის ამოხსნისათვის გამოყენებულია ადრე [3]-ში შემოთავაზებული თხელი დარტყმითი ფენის ასიმპტოტური მეთოდი. ამოცანის ამონახსნი დეტონაციური დარტყმითი ტალღის (პირველი გვარის წყვეტის ზედაპირი) უკანა მიდამოში იძებნება მცირე პარამეტრით სინგულარული ასიმპტოტური დაშლის სახით. ანალიზურად ზუსტად ნაპოვნია გარემოს მოძრაობის კანონისა და თერმოდინამიკური მაჩვენებლების ძირითადი (ნულოვანი) მიახლოება. კოშის ამოცანა დეტონაციური დარტყმითი ტალღის კანონის ნულოვანი მიახლოებისათვის ამოხსნილია ანალიზურად ზუსტად, აპელის ორი ცვლადის ჰიპერგეომეტრიული ფუნქციის სახით. ნაპოვნია დეტონაციური დარტყმითი ტალღის ნულოვანი მიახლოების ასიმპტოტიკები საწყის მომენტში და სხეულის ზედაპირზე გამოსვლის დროს, ასევე ზედაპირზე გამოსვლის დრო.

ლიტერატურა

1. Chilachava, T. About the exact solutions of the rotating three-axis gas ellipsoid of Jacobi which is in own gravitational field. Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Inst. Appl. Math., **33** (2019), 11-14.
2. Chilachava, T. On the propagation of an explosive shock wave a homogeneous gravitating three-axis gas ellipsoid of rotation. Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Inst. Appl. Math., **36** (2022), 15-18.
3. Chilachava, T. A central explosion in an inhomogeneous sphere in equilibrium in its own gravitational field. Fluid Dynamics, **23,** 3 (1988), 472-477.

მეოთხე რიგის არაწრფივი ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლების შესაბამისი ნახევრად-დისკრეტული სქემის შესახებ

თეიმურაზ ჩხიკვაძე

ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,

თბილისი, საქართველო

email: m.zarzma@gmail.com

მეოთხე რიგის არაწრფივი ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლების საწყის-სასაზღვრო ამოცანისათვის აგებულია ნახევრად-დისკრეტული სქემა. განხილული განტოლება ეფუძნება [1] ნაშრომში შემოთავაზებულ ინტეგრო-დიფერენციალურ მოდელებს. მათთვის ვრცელი მითითებები გაკეთებულია შემდეგ მონოგრაფიებში [2,3]. ჩვენს ნაშრომში შესწავლილია აგებული სქემის მდგრადობა და კრებადობა. ამ ამოცანისთვის ამონახსნის მდგრადობა და ერთადერთობა გამოკვლეულია ნაშრომში [4].

მადლობა. კვლევა განხორციელდა შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვ-
ნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით [გრანტის ნომერი FR-21-2101].

ლიტერატურა

1. Gordeziani, D., Jangveladze, T., Korshija, T. Existence and uniqueness of a solution of certain nonlinear parabolic problems (Russian). Differ. Uravn., **19** (1983), 1197-1207. English translation: Differ. Equ., **19** (1983), 887-895.
2. Jangveladze, T., Kiguradze, Z., Neta, B. Numerical Solution of Three Classes of Nonlinear Parabolic Integro-Differential Equations. Elsevier, 2016, ACADEMIC PRESS, ISBN: 978-0-12-8046289. Elsevier/Academic Press, Amsterdam, 2015.
3. Jangveladze, T. Investigation and numerical solution of nonlinear partial differential and integrodifferential models based on system of Maxwell equations. Mem. Differential Equations Math. Phys., **76** (2019), 1-118.
4. Chkhikvadze, T. On one nonlinear integro-differential parabolic equation. Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Inst. Appl. Math., **35** (2021), 19-22.

არაწრფივ კერძოწარმოებულებიან განტოლებათა ორი მრავალგანზომილებიანი სისტემის შესახებ

თემური ჯანგველაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო
email: tjangv@yahoo.com

განხილულია გარემოში მაგნიტური ველის გავრცელების პროცესის აღმწერ მაქსველის ცნობილ არაწრფივ კერძოწარმოებულებიან განტოლებათა სისტემაზე [1] დაფუძნებული ერთი მრავალგანზომილებიანი მოდელი. შესწავლილია შესაბამისი საწყის-სასაზღვრო ამოცანების ამონახსნების ერთადერთობა, დეკომპოზიციის მეთოდისა და სასრულ-სხვაობიანი სქემების კრებადობა. შედეგები წარმოადგენს [2, 3] ნაშრომებში მიღებული ზოგიერთი დებულების გავრცობას. ასევე განიხილება ერთი მრავალგანზომილებიანი ბიოლოგიური მოდელი [4]. შესაბამისი საწყის-სასაზღვრო ამოცანისათვის შესწავლილია ჯამური აპროქსიმაციისა [5] და ცვალებადი მიმართულების ალგორითმები [6, 7].

მადლობა. კვლევა განხორციელდა შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვ-
ნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით [გრანტის ნომერი FR-21-2101].

ლიტერატურა

1. Landau, L., Lifschitz E. Electrodynamics of Continuous Media, Course of Theoretical Physics, Moscow, 1957.
2. Abuladze, I.O., Gordeziani, D.G., Dzhangveladze, T.A., Korshiya, T.K. Discrete models for a nonlinear magnetic-field-scattering problem with thermal conductivity. Differential'nye Uravnenyia, **22, 7** (1986), 1119-1129. English translation: Differential Equations, **22, 7** (1986), 769-777 (Russian).
3. Jangveladze, T. Investigation and numerical solution of nonlinear partial differential and integrodifferential models based on system of Maxwell equations. Mem. Differential Equations Math. Phys., **76** (2019), 1-118.
4. Mitchison, G.J. The polar transport of auxin and vein patterns in plants, Philos. Trans. R. Soc. Lond. B Biol. Sci., **295** (1981), 461-471.
5. Dzhangveladze, T.A. Averaged model of sum approximation for a system of nonlinear partial differential equations, Proc. I. Vekua Inst. Appl. Math., **19** (1987), 60–73 (Russian).
6. Jangveladze T.A. The difference scheme of the type of variable directions for one System of nonlinear partial differential equations. Proc. I. Vekua Inst. Appl. Math., 47 (1992), 45-66.
7. Jangveladze, T., Kiguradze, Z., Gagoshidze, M., Nikolishvili, M. Stability and convergence of the variable directions difference scheme for one nonlinear two-dimensional model. International Journal of Biomathematics. **8.5** (2015), 1550057 (21 pages).

ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის სექცია

ეძღვნება ნადარაია-ვატსონის ფორმულის 60 წლისთავს

ხელმძღვანელები – ელიზბარ ნადარაია, ომარ ფურთუხია
თანახელმძღვანელი – პეტრე ბაბილუა

ჰიპოთეზათა შემოწმების Z -კრიტერიუმი ჰაარის სტატისტიკური სტრუქტურებისთვის

ლელა ალექსიძე[1], ლაურა ელიაური[2]
[1] გორის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, განათლების, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, გორი, საქართველო
email: lelaaleqsidze@gmail.com
[2] გორის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, განათლების, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, გორი, საქართველო
email: lauraeliauri@gamail.com

ხშირ შემთხვევაში შესაძლებელია უსასრულო რაოდენობის კონკურენტი ჰიპოთეზებიდან განაწილების ფორმის შესახებ საიმედოდ აირჩეს ერთი. ამ შემთხვევაში ვამბობთ, რომ არსებობს ჰიპოთეზათა შემოწმების „Z -კრიტერიუმი“.

დადგენილია ჰიპოთეზათა შემოწმების „Z -კრიტერიუმის“ არსებობისთვის შემდეგი აუცილებელი და საკმარისი პირობები.

თეორემა. იმისათვის, რომ ჰაარის სტატისტიკური სტრუქტურებისთვის არსებობდეს ჰიპოთეზათა შემოწმების „Z -კრიტერიუმი“ აუცილებელი და საკმარისია, რომ შემდეგი ტოლობით

$$\int_E f(x)\,\bar{\mu}_h(dx) = \ell_f(\bar{\mu}_h), \quad \bar{\mu}_h \in M_B$$

მოცემული შესაბამისობა $f \longleftrightarrow \ell_f$ იყოს ურთიერთცალსახა.

ლიტერატურა

1. Danford, N., Schvartz, J.T. Linear Operators. Part I: General Theory. John Wiley & Sons, New Jersey, 1988
2. Zerakidze, Z. Generalization criteria of Neyman-Pearson. Proceedings of the International Scientific Conference "International Technologies", Tbilisi, Georgian Technical University, 2008.

განაწილების სიმკვრივის პროექციული შეფასებების ინტეგრალური კვადრატული გადახრის ზღვარითი განაწილების შესახებ $p \geq 2$ დამოუკიდებელ შერჩევაში

პეტრე ბაბილუა[1], ელიზბარ ნადარაია[1,2]
[1]ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
email: petre.babilua@tsu.ge
[2]ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: elizbar.nadaraya@tsu.ge

მოძებნილია სტატისტიკის ზღვარითი განაწილება, რომელიც აღწერს განაწილების სიმკვრივის პროქციული ტიპის შეფასებების ურთიერთგადახრას $p \geq 2$ დამოუკიდებელ შერჩევაში. განხილულია სხვადასხვა მაგალითი.

დიდ რიცხვთა კანონი სუსტად კორელირებული შემთხვევითი ელემენტებისათვის ჰილბერტის სივრცეში

ვალერი ბერიკაშვილი[1], ვახტანგ კვარაცხელია[2]
[1]ნ. მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი. თბილისი, საქართველო.
email: valeriberikashvili@gmail.com
[2]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, ნ. მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი. თბილისი, საქართველო
email: v.kvaratskhelia@gtu.ge

დიდ რიცხვთა კანონის პირველი მკაცრი დამტკიცება ეკუთვნის ბერნულის. ასზე მეტი წლის შემდეგ, ბერნულის თეორემა განაზოგადა პუასონმა, მანვე პირველად გამოიყენა ტერმინი „დიდ რიცხვთა კანონი“. ამ მიმართულებით მნიშვნელოვანი წვლილი მიუძღვის ჩებიშევს, მან პრობლემა დასვა შემთხვევითი სიდიდეების ტერმინებში და დაამტკიცა განზოგადებული დიდ რიცხვთა კანონი ძალიან მარტივი და ზუსტი მეთოდით. დიდ რიცხვთა კანონი იყო კვლევის პოპულარული სფერო და ინტენსიურად იყო შესწავლილი მრავალი ავტორის მიერ დამოუკიდებელი (ან არაკორელირებული) შემთხვევითი სიდიდეების მიმდევრობისთვის. დამოკიდებული შემთხვევითი სიდიდეების დიდ რიცხვთა კანონის შესწავლა მოგვიანებით დაიწყო. ამ მიმართულებით ერთ-ერთი პირველი შედეგი 1928 წელს ხინჩინმა მიიღო. ჩვენ

დავამტკიცეთ ხინჩინის თეორემის ანალოგი სეპარაბელურ ჰილბერტის სივრცეში მნიშვნელობების მქონე სუსტად კორელირებული შემთხვევითი ელემენტებისათვის.

ლიტერატურა

1. Khinchin, A.Y. Sur la loi forte des grands nombres. C. R. Acad. Sci. Paris Ser. I Math, 186 (1928), 285-287.
2. Kolmogorov A.N. Foundations of the Theory of Probability. Second English Edition, Cheslea Publishing Company, New York, 84 p., 1956.
3. Vakhania, N., Tarieladze, V., Chobanyan, S. Probability distributions on Banach Spaces. Dordrecht etc.: D. Reidel Publishing Company, 482 p., 1987.
4. Kvaratskhelia, V. The analogue of the coefficient of correlation in Banach Spaces. Bull. Georgian Acad. Sci., **161**, 3 (2000), 377-379.

სტოქასტური ზრდის განტოლებაზე დაფუძნებული ზომით სტრუქტურირებული თევზის მოდელი პოპულაციის მოდელი

რევაზ თევზაძე, დავით იობაშვილი,
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ვლ. ჭავჭანიძის კიბერნეტიკის ინსტიტუტი,
თბილისი, საქართველო
email: rtevzadze@gmail.com, datiobashvili1@gmail.com

მოყვანილია სტოქასტური ზრდის განტოლება, რომლის ამოხსნის სიმკვრივე აკმაყოფილებს ზომით სტრუქტურირებული პოპულაციის ზრდის განტოლებასა და სასაზღვრო პირობას.

ლიტერატურა

1. Berkovitz, L. D., Medhin, N. G. Nonlinear Optimal Control Theory, Taylor and Francis, 2013.
2. Liu, R., Liu, G. Theory of Optimal Harvesting for a Size Structured Model of Fish, Math. Model. Nat. Phenom. **15** (2020), 1.

მონტე კარლოს მეთოდები ორი პოპულაციის საშუალოს შედარებისთვის

ნიკოლოზ მაღლაფერიძე
ქართულ ამერიკული უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: nikoloz_maglaperidze@gau.edu.ge

მონტე კარლოს მეთოდები ფართოდ გამოიყენება თანამედროვე მეცნიერულ კვლევებში და ტექნოლოგიებში. მონტე კარლოს მეთოდების გამოყენება საუკეთესო საშუალებაა რთული სტატისტიკური მეთოდების ღრმად გააზრებისთვის და შესწავლისთვის. ნაშრომში მონტე კარლოს მეთოდების გამოყენებით ავაგებთ შერჩევით განაწილებას, ნდობის ინტერვალებს და შევამოწმებთ ჰიპოთეზებს ორი პოპულაციის საშუალოს შედარებისთვის.

ტრაექტორიაზე დამოკიდებული ზოგიერთი ბროუნის ფუნქციონალის კონსტრუქციული სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენა

ეკატერინე ნამგალაური[1], ომარი ფურთუხია[1,2]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
email: ekanamgalauri96@gmail.com
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ანდრია რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: o.purtukhia@gmail.com

იტოს სტოქასტური ინტეგრალის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი თვისებაა შემდეგი: იტოს სტოქასტური ინტეგრალი კვადრატით ინტეგრირებადი შეთანხმებული პროცესიდან როგორც პროცესი არის მარტინგალი ბროუნის მოძრაობის ბუნებრივი ფილტრაციის მიმართ. მეორეს მხრივ, კლარკის ცნობილი (1970) ფორმულის ძალით, შებრუნებული დებულება (ე.წ. სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენის თეორემა) ასევე სამართლიანია, სადაც, ოკონეს ([1]) თანახმად, იტოს ინტეგრალის ინტეგრანდი არის ფუნქციონალის სტოქასტური წარმოებულის ოფციონალური პროექცია. მოგვიანებით, ღლონტმა და ფურთუხიამ ([2]) განაზოგადეს კლარკ-ოკონეს ფორმულა იმ შემთხვევაში, როდესაც ფუნქციონალი არ არის სტოქასტურად გლუვი, მაგრამ მისი პირობითი მათემატიკური ლოდინი სტოქასტურად გლუვია და შემოგვთავაზეს ინტეგრანდის პოვნის მეთოდი. აქ განვიხილავთ ტრაექტორიაზე დამოკიდებულ ზოგიერთ ბროუნის ფუნქციონალს და გამოვიყვანთ კონსტრუქციულ ფორმულებს სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენისთვის.

არაუარყოფითი მთელი $n \geq 0$-სთვის აღვნიშნოთ $F(2n+1) := \left(\int_0^T B_s ds\right)^{2n+1}$.

თეორემა. თუ $n \geq 0$ არაუარყოფითი მთელი რიცხვია, მაშინ ბროუნის ფუნქციონალისათვის $G(2n+1) := [F(2n+1)]^+$ სამართლიანია წარმოდგენა

$$G(2n+1) = EG(2n+1) + (2n+1)\int_0^T (T-t)\sum_{r=0}^{2n} C_{2n}^r \sigma^r y^{2n-r} I_r(\sigma, y)|_{y=\int_0^t (T-s)dB_s} dB_t \,,$$

სადაც $$I_{2r-1}(\sigma, y) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-y/\sigma}^{+\infty} x^{2r-1}\exp\{-\frac{x^2}{2}\}dx = \varphi(\frac{y}{\sigma})\sum_{k=0}^{r-1}\frac{(2r-2)!!}{(2k)!!}(\frac{y}{\sigma})^{2k} \,,$$

$$I_{2r}(\sigma, y) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-y/\sigma}^{+\infty} x^{2r}\exp\{-\frac{x^2}{2}\}dx = (2r-1)!!\Phi(\frac{y}{\sigma}) + \varphi(\frac{y}{\sigma})\sum_{k=1}^{r}\frac{(2r-1)!!}{(2k-1)!!}(-\frac{y}{\sigma})^{2k-1} \,,$$

$\sigma^2 = (T-t)^3/3$ და Φ (შესაბამისად, φ) სტანდარტული ნორმალური განაწილების ფუნქციაა (შესაბამისად, სტანდარტული ნორმალური განაწილების სიმკვრივეა).

წინადადება. $$\left(\int_0^T B_s ds\right)^+ = \sqrt{\frac{T^3}{6\pi}} + \int_0^T (T-t)\Phi\left(\int_0^t (T-s)dB_s\right)dB_t \,.$$

მადლობა. ეს კვლევა დაფინანსებულია საქართველოს შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის (SRNSFG) მიერ, გრანტი # STEM-22-226.

ლიტერატურა

1. Ocone, D. Malliavin calculus and stochastic integral representation formulas of diffusion processes. J. Stochastics, **12** (1984), 161-185.
2. Glonti, O., Purtukhia, O. On One Integral Representation of Functionals of Brownian Motion. SIAM J. Theory of Probability & Its Applications, **61, 1** (2017), 133-139.

ჯაჭვურად დამოკიდებული მიმდევრობის ერთი გამოყენების შესახებ

ზურაბ ქვათაძე[1], ბექნუ ფარჯიანი[1], ციალა ქვათაძე[2]
[1]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი,
თბილისი, საქართველო
email: zurakvatadze@yahoo.com, beqnufarjiani@yahoo.com
[2]შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტი, მოწვეული ლექტორი სტატისტიკაში, თბილისი, საქართველო
email: ttkvatadze@gmail.com

(Ω, F, P) ალბათურ სივრცეზე განხილულია ორ კომპონენტიანი ვიწრო აზრით სტაციონარული $\{\xi_i, Y_i\}_{i\geq 1}$ მიმდევრობა. $\{\xi_i\}_{i\geq 1}$ $(\xi_i : \Omega \to \Xi)$ სასრული, ერთგვაროვანი, რეგულარული მარკოვის ჯაჭვია. $\{Y_i\}_{i\geq 1}$ $(Y_i : \Omega \to R^1)$ არის ჯაჭვურად დამოკიდებული მიმდევრობა, რომლის წევრები წარმოადგენენ უცნობი სიმკვრივის მქონე Y

შემთხვევით სიდიდეზე დაკვირვებებს. აგებულია ამ სიმკვრივის შეფასება. დადგენილია აგებული შეფასების სიზუსტე.

ლიტერატურა

1. Nadaraya, E. A. Nonparametric estimation of the probability density and regression curve. (in Russian) Tbilisi State Univ. Press, pp. 196, 1983.
2. Devroye, L., Györfi, L. Nonparametric density estimation: the L_1 view. Wiley series in probability and mathematical statistics, Canada: John Wiley & Sons; pp. 408, 1985.

სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების შეზღუდული ბაიესური და კლასიკური მეთოდების შედარება თანმიმდევრულ ექსპერიმენტებში

ქართლოს ყაჭიაშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის
ნ.მუსხელიშვილის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი
თბილისი, საქართველო
email: k.kachiashvili@gtu.ge, kkachiashvili@gmail.com

განხილულია ჰიპოთეზების შემოწმების ძირითადი მიდგომები მიმდევრობით ექსპერიმენტებში. ეს არის ვალდის და ბერგერის მიმდევრობითი მეთოდები და მეთოდი, რომელიც დაფუძნებულია შეზღუდულ ბაიესის მეთოდზე (CBM). ამ მიდგომების დადებითი და უარყოფითი ასპექტებია განხილული და დემონსტრირებულია გამოთვლილი მაგალითების საფუძველზე.

ჰიპოთეზათა შემოწმების „Z-კრიტერიუმი“ ექსპონენციალური სტატისტიკური სტრუქტურებისთვის

თამარ ჭკონია[1], მიმოზა ტკებუჩავა[2]
[1] ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
email: tamar.chkonia@tsu.ge
[2] ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
email: mimoza.tkebuchava@tsu.ge

ხშირ შემთხვევაში შესაძლებელია უსასრულო რაოდენობის კონკურენტი ჰიპოთეზებიდან განაწილების ფორმის შესახებ საიმედოდ აირჩეს ერთი. ამ შემთხვევაში ვამბობთ, რომ არსებობს ჰიპოთეზათა შემოწმების „Z-კრიტერიუმი“.

დადგენილია ჰიპოთეზათა შემოწმების „Z-კრიტერიუმის“ არსებობისთვის შემდეგი აუცილებელი და საკმარისი პირობები.

თეორემა. იმისათვის, რომ ექსპონენციალური სტატისტიკური სტრუქტურებისთვის არსებობდეს ჰიპოთეზათა შემოწმების „Z-კრიტერიუმი“ აუცილებელი და საკმარისია, რომ შემდეგი თანაფარდობით

$$\int_E f(x)\bar{\mu}_h(dx) = \left(\psi_f, \bar{\mu}_h\right), \quad \bar{\mu}_h \in M_H$$

მოცემული შესაბამისობა $f \longleftrightarrow \psi_f$ იყოს ურთიერთცალსახა.

ლიტერატურა

1. Danford, N., Schvartz, J.T. Linear Operators. Part I: General Theory. John Wiley & Sons, New Jersey, 1988.
2. Zerakidze, Z. Generalization criteria of Neyman-Pearson. Proceedings of the International Scientific Conference “International Technologies”, Tbilisi, Georgian Technical University, 2008.

მინიმალური შებრუნებული ენტროპიული მარტინგალური ზომა ტრინომიალურ ფინანსურ მოდელში

ზაზა ხეჩინაშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: zaza.khechinashvili@tsu.ge

ვიხილავთ ფინანსური სქემას, რომელშიც რისკიანი აქტივის ფასის ევოლუცია მოიცემა განტოლებით $S_n = S_{n-1}(1+\rho_n)$, აქ $\rho_n, 1 \le n \le N$, არის დამოუკიდებელი

ერთნაირად განაწილებული შემთხვევით სიდიდეთა მიმდევრობა, რომლებიც იღებენ სამ მნიშვნელობას ცნობილი ალბათობებით. ამ არასრული ბაზრის მოდელში აგებულია ალბათური ზომა Q, რომელიც ექვივალენტურია საწყისი ალბათური P ზომის და მინიმუმს ანიჭებს შებრუნებულ ენტროპიას (ნეგენტროპია).

ნავიგაცია საზღვარზე: AI მოდელის რისკი ფინანსურ ინსტიტუტებში - შესაძლებლობების გამოყენება გამოწვევების ფონზე

ვალერიანე ჯოხაძე[1], ომარი ფურთუხია[2]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ეკონომიკისა და ბიზნესის ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
Jokhadze.valeriane@gmail.com
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი და ანდრია რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
o.purtukhia@gmail.com

მანქანური სწავლების და ხელოვნური ინტელექტის (AI) მოდელების სწრაფი წინსვლის ფონზე, ფინანსური ინსტიტუტები თანდათანობით აერთიანებენ ამ ინოვაციებს ისეთ სფეროებში, როგორიცაა პორტფელის ოპტიმიზაცია, რობოტიზებული კონსულტაციები და ვაჭრობა. მონაცემთა აღქმაში ჩვეულებრივი სტატისტიკური მეთოდოლოგიების დაცვით, ეს მოდელები გვთავაზობენ განსხვავებულ შესაძლებლობებს, რომლებიც გადაჯაჭვულია თანდაყოლილ სირთულეებთან. შესაბამისად, ამ რთული მოდელების მართვა დაკავშირებულია მნიშვნელოვან პრობლემებთან. მონაცემთა სათანადო მენეჯმენტის არარსებობა, რთული მათემატიკური მოდელების ნაკლებობა, მაღალკვალიფიციური პროფესიონალების დეფიციტი და მოდელების ვალიდაციის მექანიზმების არასაკმარისობა წარმოადგენს ყველაზე მნიშვნელოვან გამოწვევებს, რომელთა წინაშეც დგება ბევრი ფინანსური ინსტიტუტი. მოდელის რისკების მართვის დამოუკიდებელი სტრუქტურული ერთეულის არსებობა მოითხოვს სისტემატურ ტესტირებებს ისტორიულ მონაცემებზე, სცენარულ ანალიზსა და კაპიტალის რაოდენობრივ შეფასებას. ამ ნაშრომში განხილულია ეს გამოწვევები და დასახულია რეკომენდაციები ფინანსური ინსტიტუტებისთვის, რათა მათ სწრაფად გარდაქმნან ხელოვნური ინტელექტის თავიანთი მოდელები.

მადლობა. ეს კვლევა ნაწილობრივ დაფინანსებულია საქართველოს შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის (SRNSFG) მიერ, გრანტი # STEM-22-226.

ლიტერატურა

1. Aggarwal, A., Beck, M. B., Cann, M., Ford, T., Georgescu, D., Morjaria, N., Smith, A., Taylor, Y., Tsanakas, A., Witts, L. and et al. Model risk–daring to open up the black box. British Actuarial Journal, **21,** 2 (2016), 229–296.
2. Alexander, C. Market Risk Analysis, Value at Risk Models, volume 4. John Wiley & Sons, 2009.
3. Cont R. Model uncertainty and its impact on the pricing of derivative instruments, Mathematical Finance, **16,** 3 (2006), 519–547.
4. Jokhadze, V., Schmidt, W. M. Measuring model risk in financial risk management and pricing. International Journal of Theoretical and Applied Finance, **23,** 2 (2020), 2050012.
5. Souza, C. AI model risk: What the current model risk management framework can teach us about managing the risks of AI models. Journal of Financial Compliance, **6,** 2 (2023), 103–112.

კუდის რისკის გაზომვის გაუმჯობესება: პრაქტიკული მიდგომა კუდის რისკის მოდელის რისკით მართვისათვის

ვალერიანე ჯოხაძე[1], ომარი ფურთუხია[2]

[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ეკონომიკისა და ბიზნესის ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
Jokhadze.valeriane@gmail.com

[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი და ანდრია რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
o.purtukhia@gmail.com

საბაზრო რისკის გაზომვა ფინანსური ინსტიტუტების რისკის მართვის განყოფილების ერთ-ერთ ყველაზე მნიშვნელოვან ამოცანად იქცა. ამავდროულად, მრავალი ნაშრომი აჩვენებს, რომ კუდის რისკის ზომები განსაკუთრებით მგრძნობიარეა მოდელის არასწორი იდენტიფიკაციის მიმართ. ჩვენ განვიხილავთ ამ პრაქტიკულ პრობლემას. ჩვენ ვთავაზობთ კუდის რისკის გაზომვისათვის მოდელის რისკისადმი რობასტულ მიდგომას, რომელიც კუდის რისკის ზომების სუპერპოზიციას ეფუძნება. რისკების სუპერპოზიცია გულისხმობს ახალ მიდგომას საბაზრო და მოდელირების რისკების თანმიმდევრული გაზომვისათვის. ჩვენ ორი ძირითადი მიზანი აქვს. პირველ რიგში, ჩვენ ვიკვლევთ ურთიერთ საბაზრო რისკის რამდენიმე პრაქტიკულ ზომას ექსტრემალური მნიშვნელობების თეორიის ფარგლებში და მეორე, ჩვენ ვაკეთებთ ჩვენი შედეგების დემონსტრირებას DAX 30 ინდექსის მაგალითზე.

თანამედროვე რისკების მართვა მოითხოვს კუდის მოვლენების მონიტორინგს, რომლებიც იშვიათია, მაგრამ ისინი დაკავშირებულია დიდ ზარალთან. საფონდო კრახმა, მოულოდნელმა ამბებმა კაპიტალის ბაზრებზე, პოლიტიკურმა არასტაბილურობამ, ნავთობის შოკმა შეიძლება გამოიწვიოს უკიდურესად მოულოდნელი ზარალი. ექსტრემალური მნიშვნელობების თეორია არის ის საფუძველი, რომელიც კუდის მოვლენების სტატისტიკური მოდელირების საშუალებას იძლევა [1]. ამ

ნაშრომში ჩვენ ყურადღებას ვამახვილებთ აღნიშნული თეორიის პარამეტრულ მიდგომაზე, რომელიც დაფუძნებულია განზოგადებულ პარეტოს განაწილებაზე. [2]-ში შემოთავაზებულია ალბათური განაწილების მოდელი, რომლის თანახმად ჩვენ განვიხილავთ მოდელის სრულ კომპლექტს, რომელიც მოიცავს ექსტერემალური კუდის რისკის ფინანსური მდგომარეობის მედელების ყველა ალბათურ განაწილებას. აღმოჩნდა, რომ გასაოცრად მარტივი და საიმედოა საბაზრო რისკის მაჩვენებლების აგება, რომლებიც ასახავს მოდელის რისკს. დაბოლოს, ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ კუდის საბაზრო რისკების ზომის მოდელის რისკით ეფექტურად მართვა შესაძლებელია.

მადლობები. ეს კვლევა ნაწილობრივ დაფინანსებულია საქართველოს შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის (SRNSFG) მიერ, გრანტი # STEM-22-226.

ლიტერატურა

1. Gilli, M., Kellezi, E. An application of extreme value theory for measuring financial risk. Computational Economics, **27,** 2 (May 2006), 207-228.
2. Jokhadze, V., Schmidt, W. M. Measuring model risk in financial risk management and pricing. International Journal of Theoretical and Applied Finance, **23,** 2 (2020), 2050012.

უწყვეტ გარემოთა მექანიკის სექცია

ხელმძღვანელი – გიორგი ჯაიანი
თანახელმძღვანელი – ნატალია ჩინჩალაძე

თერმოდრეკადი ძელების ერთგანზომილებიანი სამფაზიანი დაგვიანებით არაკლასიკური მოდელების აგება და გამოკვლევა

გია ავალიშვილი[1], მარიამ ავალიშვილი[2]
[1]ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
თბილისი, საქართველო
email: gavalish@yahoo.com
[2]საქართველოს უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: mavalish@yahoo.com

ნაშრომში განხილულია არაკლასიკური თერმოდრეკადობის თეორიის როი ჩოუდურის დინამიკური სამგანზომილებიანი მოდელი [1] ცვალებადი მართკუთხოვანი კვეთის მქონე ძელისათვის, რომლის სისქე ან სიგანე შეიძლება ნულის ტოლი იყოს ძელის ერთ-ერთ ბოლოზე. ძელის დადებითი ფართის მქონე ბოლო ჩამაგრებულია და მასზე ტემპერატურა ნულის ტოლია, ხოლო ძელის საზღვრის დანარჩენ ნაწილზე მოცემულია ზედაპირული ძალის და ნორმალის გასწვრივ სითბოს ნაკადის სიმკვრივეები. სამგანზომილებიანი მოდელის შესაბამისი საწყის-სასაზღვრო ამოცანის ვარიაციულ ფორმულირებაზე დაყრდნობით აგებულია ძელის დინამიკური ერთგანზომილებიანი მოდელების იერარქია. მიღებული მოდელების შესაბამისი საწყის-სასაზღვრო ამოცანები გამოკვლეულია სათანადო ვექტორული მნიშვნელობების მქონე განაწილებათა სივრცეებში მნიშვნელობებით ერთგანზომილებიან არეზე მოცემულ წონიან სობოლევის სივრცეებში. ამავე დროს, დამტკიცებულია რედუცირებული ერთგანზომილებიანი ამოცანების ამონახსნებიდან აღდგენილი სამი სივრცითი ცვლადის ვექტორ-ფუნქციათა მიმდევრობის დროითი ცვლადის მიმართ წერტილოვანი კრებადობა საწყისი სამგანზომილებიანი ამოცანის ამონახსნისაკენ და დამატებით რეგულარობის პირობებში მიღებულია კრებადობის რიგის შეფასება.

ლიტერატურა

1. Roy Choudhuri, S.K. On a thermoelastic three-phase-lag model. J. Thermal Stresses, **30** (2007), 231-238.

ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნა ოთხგვარი ფოროვნობის მქონე წრისათვის

გულიკო ასრათაშვილი
სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: guliasrat@gmail.com

მოხსენებაში განხილულია ოთხგვარი ფოროვნობის მქონე იზოტრული მასალები [1]. ბრტყელი დრეკადობის თეორიის ორგანზომილებიანი განტოლებათა სისტემა ჩაწერილია კომპლექსური ცვლადის გამოყებით და მისი ზოგადი ამონახსნი წარმოდგება სამი ნებისმიერი ანალიზური ფუნქციისაგან და სამი ჰელმჰოლცის განტოლების ამონახსნისაგან. ამოხსნილია სასაზღვრო ამოცანები წრისათვის.

მადლობა. კვლევა განხორციელდა შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით [გრანტის ნომერი MR-23-346].

ლიტერატურა

1. Svanadze, M. Potential method in mathematical theories of multi-porosity media. Springer International Publishing, 2019.

ბრტყელი დრეკადობის ბმული თეორიის სასაზღვრო ამოცანები ორგვარი ფოროვნობის მქონე უსასრულო არისათვის წრიული ხვრელით

ბაკურ გულუა[1,2], გურანდა ჩარქსელიანი[2]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი,
თბილისი, საქართველო
email: bak.gulua@gmail.com
[2]სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: g.charkseliani@sou.edu.ge

მოხსენებაში განხილულია დრეკადი ორმაგი ფოროვანი მასალების წრფივი მოდელი, რომელშიც გათვალისწინებულია დარსის კანონისა და მოცულობითი წილის ცნებების ერთობლივი ფენომენი [1]. ბრტყელი დეფორმაციისათვის შესაბამისი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემა ჩაწერილი კომპლექსური ფორმით და მისი ზოგადი ამონახსნი წარმოდგება კომპლექსური ცვლადის სამი ანალიზური ფუნქციებისა და სამი ჰელმჰოლცის განტოლების ამონახსნების საშუალებით. მიღებული ამონახსნების საშუალებით ამოხსნილია სასაზღვრო ამოცანა უსასრულო არისათვის წრიული ხვრელით ანალიზურად.

ლიტერატურა

1. Svanadze, M.: Potential Method in the coupled theory of elastic double-porosity materials. Acta Mech., **232**, 6 (2021), 2307–2329. DOI: 10.1007/s00707-020-02921-2

სისხლძარღვებში ელექტროგამტარობის პროცესების შესწავლა საკაბელო თეორიის გამოყენებით

ნათელა ზირაქაშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი,
თბილისი, საქართველო
natela.zirakashvili@tsu.ge

სისხლძარღვებში ელექტროგამტარობის პროცესები ტრადიციულად აღიწერება საკაბელო თეორიის გამოყენებით, ანუ ლოკალურად გამოწვეული სიგნალები (მემბრანული პოტენციალი V_m) პასიურად იშლება არტერიოლარული კედლის გასწვრივ. დაშლა, როგორც წესი, რაოდენობრივად ფასდება საკაბელო თეორიიდან მიღებული სიგრძის λ მუდმივით. საკაბელო თეორიის გამოყენება სისხლძარღვებზე დამოკიდებულია დაშვებებზე, რომლებიც აუცილებლად არ სრულდება მცირე არტერიებსა და არტერიოლებში. ცნობილია, რომ არტერიოლები შედგება მინიმუმ ორი უჯრედული ფენისაგან - ენდოთელური უჯრედული (EC) და ერთი ან მეტი გლუვი კუნთოვანი უჯრედული (SMC) ფენისაგან, რომლებიც დაკავშირებულია მიოენდოთელური უფსკრული შეერთებით (MEGJ). წარმოდგენილ ნაშრომში განხილულია ორ უჯრედულ-ფენიანი არტერიოლები და შესწავლილია მემბრანული პოტენციალის ცვლილება EC და SMC ფენებში. სათანადო სტაციონარული ამოცანები დასმულია და ანალიზურადაა ამოხსნილი ცვლადთა განცალების მეთოდით. ჩატარებულია მემბრანული პოტენციალის გავრცელების რიცხვითი მოდელირება პროგრამული უზრუნველყოფა MATLAB-ის გამოყენებით. წარმოდგენილია მიღებული რიცხვითი შედეგების შესაბამისი მემბრანული იზოპოტენციალური კონტურები, 2D და 3D გრაფიკები.

ბლანტი დრეკადობის ბრტყელი თეორიის ამოცანა სამკუთხა არისათვის წრიული ხვრელით

გიორგი კაპანაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: kapanadze.49@mail.ru

განხილულია ბლანტი დრეკადობის ბრტყელი თეორიის ამოცანა სამკუთხა ფირფიტისათვის წრიული ხვრელით კელვინ-ფოიგტის მოდელის საფუძველზე. იგულისხმება, რომ სამკუთხედის გვერდებზე მოქმედებენ ხისტი აბსოლუტურად გლუვი შტამპები მოცემული მთავარი ვექტორის მქონე ნორმალური ძალვებით (ან ცნობილია საზღვრის წერტილთა ნორმალური გადაადგილებები), ხოლო შიგა საზღვარი დატვირთულია თანაბრად განაწილებული ნორმალური ძალებით.

კონფორმულ ასახვათა და ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის მეთოდებზე დაყრდნობით დასმული ამოცანა მიყვანილია რიმან-ჰილბერტის სასაზღვრო ამოცანაზე წრიული რგოლისათვის და ამ უკანასკნელის ეფექტურად ამოხსნის საფუძველზე საძიებელი კომპლექსური პოტენციალები აგებულია ეფექტურად (ანალიზური ფორმით).

მარტივი ფოროვნობის მქონე მასალების ბრტყელი დრეკადობის ბმული თეორიის ზოგიერთი ამოცანები

ლია მუმლაძე
სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: likamumladze156@gmail.com

მარტივი ფოროვნობის მქონე სხეულების დრეკადობის ბმული წრფივი თეორიის განტოლებები ეფუძნება ერთმანეთთან დაკავშირებულ ოთხი ტიპის თანაფარდობებს [1, 2]. მოხსენებაში განხილულია ბრტყელი დრეკადობის თეორიის ამოცანები. შესაბამისი ორგანზომილებიანი განტოლებათა სისტემის ზოგადი ამონახსნი წარმოდგება სამი ნებისმიერი ანალიზური ფუნქციისაგან და ჰელმჰოლცის განტოლების ამონახსნისაგან. ამოხსნილია სასაზღვრო ამოცანები წრისათვის და წრიული რგოლისათვის.

ლიტერატურა

1. Svanadze, M. Boundary integral equations method in the coupled theory of thermoelasticity for porous materials, Proceedings of ASME, IMECE2019, Vol. 9: Mechanics of Solids, Structures, and Fluids, V009T11A033, November 11–14, 2019. DOI: 10.1115/IMECE2019-10367.
2. Svanadze, M. Potential Method in the coupled linear theory of porous elastic solids. Math. Mech. Solids, **25** (2020), 768-790.

დროზე დამოკიდებული სისქის მქონე წამახვილებული პრიზმული ფირფიტის დინამიკის ერთი ამოცანის შესახებ

ნატალია ჩინჩალაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი & ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
e-mail: Natalia.chinchaladze@tsu.ge

განხილულია დროზე დამოკიდებული ცვლადი სისქის პრიზმული გარსი. სისქე მოცემულია შემდეგი ფორმულით

$$2h(x_1, x_2, t) = h_0 x_2^{\kappa_1} t^{\kappa_2}, \quad h_0, \kappa_1, \kappa_2 = const > 0.$$

ილია ვეკუას იერარქიული მოდელების ნულოვან მიახლოებაში გაანალიზირებულია საწყისი პირობების დასმის თავისებურებები. შესწავლილია კორექტული საწყის-სასაზღვრო ამოცანა.

სამგვარი ფოროვნობის დრეკადი წრისათვის სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნა ცხადი სახით

ივანე ცაგარელი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო,
email: i.tsagareli@yahoo.com

დრეკადობის წრფივი თეორიის წონასწორობის განტოლებათა სისტემას სამგვარი ფორების შემცველი იზოტროპული მასალებისათვის აქვს სახე

$$
\begin{aligned}
&\mu\,\Delta\mathbf{u}(\mathbf{x})+(\lambda+\mu)grad\ div\,\mathbf{u}(\mathbf{x})-grad\,(\boldsymbol{\beta}\,\mathbf{p})=0,\\
&a_1\Delta p_1+a_{12}(p_2-p_1)+a_{13}(p_3-p_1)=0,\\
&a_2\Delta p_2+a_{21}(p_1-p_2)+a_{23}(p_3-p_2)=0,\\
&a_3\Delta p_3+a_{31}(p_1-p_3)+a_{32}(p_2-p_3)=0,
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

სადაც $\mathbf{u}(\mathbf{x})=(u_1,u_2)$ გადაადგილების ვექტორია; $\boldsymbol{\beta}=(\beta_1,\beta_2,\beta_3)$ - მუდმივი ვექტორია, $\mathbf{p}=(p_1,p_2,p_3)$, p_1, p_2 და p_3 - სითხის წნევებია ფორებში; $\boldsymbol{\beta}\mathbf{p}=\beta_j p_j$; λ და μ ლამეს მუდმივებია; a_j, a_{ij} – კოეფიციენტებია, რომლებიც ახასიათებენ მასალის ფოროვნობას, $i, j=1,2,3$. სამგვარი ფოროვნობის დრეკადი წრისათვის განიხილება დრეკადობის თეორიის სასაზღვრო ამოცანები.

ელემენტარული ფუნქციების გამოყენებით აგებულია (1) სისტემის ზოგადი ამონახსნის წარმოდგენები, რომლებიც საშუალებას იძლევა ეს სისტემა მივიყვანოთ უფრო მარტივი სტრუქტურის განტოლებებზე. ეს კი აადვილებს საწყისი ამოცანების ამოხსნას. ამოცანების ამონახსნები მიღებულია ცხადი სახით, კერძოდ, აბსოლუტურად და თანაბრად კრებადი მწკრივების სახით.

გამტარი სითხის დინება ფოროვან კედლებს შორის სითბოგადაცემით

ბადრი ცუცქირიძე
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის მათემატიკის დეპარმანენტი,
თბილისი, საქართველო
email: b.tsutskiridze@mail.ru, btsutskiridze@yahoo.com

შესწავლილია ელექტროგამტარი ბლანტი არაკუმშვადი სითხის პულსაციური დინება ფოროვან კედლებს შორის სითბოგადაცემით, როდესაც მოქმედებს გარეგანი ერთგვაროვანი მაგნიტური ველი. სითხის დინება გამოწვეულია ფოროვანი კედლების პულსაციური მოძრაობით და წნევის პულსაციური დაცემით. ტემპერატურის ცვლილება ფოროვან მილის კედლებზე და თვით მილში მიმდინარეობს პულსაციურად. სითბოგადაცემის განტოლებაში გათვალისწინებულია, როგორც ხახუნის შედეგად გამოწვეული ენერგიის დისიპაცია, ასევე ჯოულის სითბო.

ნაპოვნია სითხის ფიზიკური მახასიათებლები.

საწყის-სასაზღვრო ამოცანების კორექტულად დასმის შესახებ წამხვილებული პრიზმული გარსებისათვის, რომელთა სისქის ცვლილება დროზეა დამოკიდებული

გიორგი ჯაიანი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
e-mail: george.jaiani@gmail.com

სათაურში მითითებულ ამოცანას მივყავართ საწყის სასაზღვრო ამოცანების გამოკვლევამდე სინგულარული ჰიპერბოლური განტოლებებისა და სისტემისათვის, რაც დაკავშირებულია საწყისი პირობების არაკლასიკურად დასმასთან.

ჩვენ ვიხილავთ პრიზმულ გარსებს შემდეგი სისქეებით:

1. $2h(x_1, x_2, t) = h_0 x_2^{\kappa_1} t^{\kappa_2}$, $h_0, \kappa_1, \kappa_2 = const > 0$ საწყის მომენტში $t=0$ გვაქვს მემბრანა, რომელიც შემდგომში ($t>0$) ხდება გარსი წამახვილებული ნაპირით $x_2 = 0$-სთვის;
2. $2h(x_1, x_2, t) = h_0 x_2^{\kappa_1} + t^{\kappa_2}$ საწყის მომენტში $t=0$ გვაქვს გარსი წამახვილებული ნაპირით $x_2 = 0$-სთვის, რომელიც შემდგომში ($t>0$) ხდება გარსი ბლაგვი წამახვილებით $x_2 = 0$ -სთვის ილია ვეკუას იერარქიული მოდელების ნულოვანი მიახლოების შემთხვევაში გაანალიზირებულია მოდელური განტოლება.

ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანა მრავლადბმული ფირფიტებისათვის ცარიელი ფორებით

რომან ჯანჯღავა
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მატემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: roman.janjgava@gmail.com

მოხსენებაში განიხილება გაჭიმვა-კუმშვის სტატიკური სასაზღვრო ამოცანები დრეკადი ფირფიტებისათვის სიცარიელეებით. ორგანზომილებიანი განტოლებათა სისტემა, რომელიც აღწერს ასეთი სხეულების წონასწორობას, მიიღება კოვინ-ნუნციატოს სამგანზომილებიანი წრფივი მოდელიდან [1]. განზომილების რედუქცია განხორციელებულია ი. ვეკუას მეთოდით, რომელსაც მიმდევრობითი გაწარმოების მეთოდი ეწოდება [2]. მიღებული განტოლებათა სისტემის ზოგადი ამონახსნი წარმოდგენილია ორი ნებისმიერი ჰარმონიული ფუნქციისა და ჰელმჰოლცის განტოლების ამონახსნის საშუალებით [3]. აგებული ზოგადი ამონახსნის საფუძველზე, ფუნდამენტურ ამონახსნთა მეთოდის გამოყენებით, მიღებულია

სასაზღვრო ამოცანათა მიახლოებითი ამონახსნები პერფორირებული ფირფიტებისათვის.

ლიტერატურა

1. Cowin, S.C., Nunziato, J.W.: Linear elastic materials with voids. Journal of Elasticity, **13**, 125–147 (1983).
2. Vekua, I. N. Shell Theory: General Methods of Construction. Pitman Advanced Publishing Program, Boston-London-Melbourne, 1985.
3. Janjgava, R.: Approximate solution of plane problems about stress concentrations in elastic bodies with voids, Journal of Engineering Mathematics (2024) 144:17 https://doi.org/10.1007/s10665-023-10313-3

მათემატიკური მოდელირებისა და გამოთვლითი მათემატიკის სექცია

ხელმძღვანელები – თეიმურაზ დავითაშვილი, თამაზ ვაშაყმაძე, ჯემალ როგავა
თანახელმძღვანელი – არჩილ პაპუკაშვილი

წრფივი გადაადგილებების ამოცანის საწყისი რელაქსაციური მრავალწახნაგის არამთელი წვეროების კლასი

გიორგი ბოლოთაშვილი
საქართველის ტექნიკური უნივერსიტეტის ვ. ჭავჭანიძის სახელობის კიბერნეტიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
bolotashvili@yahoo.com

NP– სირთულის წრფივი გადაალგილებების ამოცანა იხსნება როგორც წრფივი მთელრიცხვა პროგრამირების ამოცანა. ამ შემთხვევაში მნიშვნელოვან როლს თამაშობს წრფივი გადაალგილებების ამოცანის მრავალწახნაგის საწყისი რელაქცაციური მრავალწახნაგის კვლევა. მოცემულ სამუშაოშო განიხილება არამთელი წერტილი და ვამტკიცებთ, რომ ეს წერტილი არის წრფივი გადაალგილებების ამოცანის საწყისი რელაქცაციური მრავალწახნაგის არამთელი წვერო.

m -შრიანი ნახევრად დისკრეტული სქემების რეალიზაცია აბსტრაქტული ევოლუციური ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნისათვის

დავით გულუა
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: d_gulua@gtu.ge

წარმოდგენილ ნაშრომში განხილულია აბსტრაქტული ევოლუციური ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნა შეშფოთებათა მეთოდით. შეშფოთებათა ალგორითმი ჩამოყალიბებულია ზოგადი m -შრიანი ნახევრად დისკრეტული სქემის შემთხვევაში. აღნიშნული მეთოდით ევოლუციური ამოცანის მრავალშრიანი ნახევრად დისკრეტული სქემების რეალიზაციის შედეგად მიღებულია უწყვეტი ამოცანის მიახლოებითი ამონახსნი აპროქსიმაციის მაღალი სიზუსტით.

მყინვარების ბუბას და თბილისის ვარიაციების მოდელირება რეგიონალური კლიმატის ცვლილების ფონზე

თეიმურაზ დავითაშვილი[1], დიმიტრი ამილახვარი[2], გიორგი რუხაია[1]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: tedavitashvili@gmail.com, TheGR1992@gmail.com
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
მ. ნოდიას სახელობის გეოფიზიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: ditoamilaxvari@gmail.com

გლობალური დათბობის გამო მნიშვნელოვანი ცვლილებები განიცადა კავკასიის (საქართველოს) მყინვარებმაც. კერძოდ, ზოგიერთი მათგანი გაქრა, უმრავლესობა კი დეგრადირებულია. უკანდახევის დროს მყინვარების ფართობი შემცირდა, მაგრამ ამავე დროს გაიზარდა მყინვარების საერთო რაოდენობა [1]. ზოგადად, მყინვარები მნიშვნელოვან როლს ასრულებენ როგორც გლობალურ, ისე რეგიონული მასშტაბით და მათი შემცირება ან გაქრობა მნიშვნელოვან ზიანს აყენებს ბუნებრივ ეკოსისტემებსა და ეკონომიკას. ვინაიდან მყინვარ-კლიმატის ურთიერთქმედება რთული, არაწრფივი პროცესებია, ჩვენ ვიყენებთ მათემატიკურ მოდელირებას, რათა ვიწინასწარმეტყველოთ საქართველოს მყინვარების ადაპტაცია მიმდინარე კლიმატურ ცვლილებებთან [2,3]. ამ ნაშრომში პირველად, მათემატიკური მოდელირების გამოყენებით, შეფასებულია ბუბასა და თბილისის მყინვარების დნობის პროცესი რეგიონული კლიმატის ცვლილების ფონზე. წარმოდგენილია და გაანალიზებულია ზოგიერთი სიმულაციის შედეგები.

მადლობა. კვლევა დაფინანსებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით No. FR-22-18445.

ლიტერატურა

1. IPCC. IPCC report Global Warming of 1.5 C: Summary for Policymakers. (2018).
2. Teimuraz Davitashvili, Modeling Extreme Events and Studying Some Features of Climate Change in Georgia. Vol. 20 of Lecture Notes of TICMI, ISSN 1512-0511
3. Teimurazi Davitashvili, (2019). Modelling transportation of desert dust to the South Caucasus using WRF Chem model, E3S Web of Conferences **99**, 03011 (2019) CADUC 2019 https://doi.org/10.1051/e3sconf/20199903011.

მზე- დედამიწის კავშირებით განპირობებული კლიმატის ცვლილება

ხათუნა ელბაქიძე[1,2,3], ოლეგ ხარშილაძე[2,4], კონსტანტინე კუტალია[3]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მიხეილ ნოდიას
სახელობის გეოფიზიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
[3]ბიზნესისა და ტექნოლოგიების უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
[4]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის, ფიზიკის
დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო
[5]შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
Khatuna.chargazia@gmail.com

დედამიწის კლიმატი განისაზღვრება რთული ურთიერთქმედებით მზეს, ოკეანეებს, ატმოსფეროს, კრიოსფეროს, მიწის ზედაპირსა და ბიოსფეროს შორის. მზე არის მთავარი მამოძრავებელი ძალა დედამიწის ამინდისა და კლიმატისთვის. მზის აქტივობის გავლენა დედამიწის გლობალურ ზედაპირზე განისაზღვრება ტემპერატურის ცვალებადობით, რაც თავის მხრივ იწვევს არასტაბილურობას და გამოხატულია ტურბულენტური ეფექტებით. ასეთი კავშირების იდენტიფიცირების სტანდარტული მიდგომები ხშირად ეფუძნება შესაბამის დროით სერიებს შორის კორელაციას. ნაშრომში წარმოდგენილია გრეინჯერის მიზეზ-შედეგობრივი კავშირის კვლევის ახალ მეთოდს - გრეინჯერ-ჰილბერტ-შვარცის არაწრფივი ანალიზი, რომელსაც შეუძლია დაასკვნას/გამოავლინოს ორ ველს შორის ურთიერთქმედების ხასიათი. ამ მიზნით მზის მაგნიტური აქტივობა შეედდდდარებულ იქნა დედამიწის მაგნიტოსფეროს შეშფოთებებთან და მათი გავლენა კლიმატზე განხილული მეთოდის გამოყენებით სხვადასხვა დროის მასშტაბებში და გამოვლენილია მათ შორის ძლიერი კორელაცია.

ლიტერატურა

1. Zhen, Li, Jianping, Yue, Yunfei, Xiang, Jian, Chen, Yankai Bian, Hanqing Chen, Multiresolution Analysis of the Relationship of Solar Activity, Global Temperatures, and Global Warming, Advances in Meteorology, vol. 2018, Article ID 2078057, 8 pages, 2018. https://doi.org/10.1155/2018/2078057
2. Clette, F. and Lefevre, L. The new sunspot number: assembling all corrections, Solar Physics, **291**, 9-10 (2016), 2629–2651.
3. Granger C. W. J., Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods, Econometrica, **37**, 3 (1969), 424-438.
4. Diks, C., Mudelsee, M. Redundancies in the Earth's Climatological Time Series, Physics Letters A, **275**, 5-6 (2000), 407-414.
5. R. K. Kaufmann, L. Zhou, R. B. Myneni, C. J. Tucker, D. Slayback, N.V. Shabanov and J. Pinzon. The Effect of Vegetation on Surface Temperature: A Statistical Analysis of NDVI and Climate Data, Geophysical Research Letters, **30**, 22 (2003), 2147.

მრავალწერტილოვანი მეთოდის გამოყენების შესახებ

გიორგი ბუჟღულაშვილი, თამაზ ვაშაყმაძე
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის, ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო,
giorgi.buzhghulashvili570@ens.tsu.edu.ge, tamazvashakmadze@gmail.com

გამდმოცემულ იქნება მრავალწერტილოვანი მეთოდის გამოყენება ორგანზომილებიანი წრფივი და არაწრფივი ელიფსური ტიპის დიფერენციალური განტოლებისათვის რიგი სასაზღვრო ამოცანების მიახლოებითი ამონახსნის განსაზღვრის საკითხი ცვალებად მიმართულებათა უწყვეტი ანალოგის მეთოდით სარგებლობისას. მოყვანილ იქნება რიცხვითი რეალიზაციის შედეგები, რომელიც ერთგანზომილებიან შემთხვევაში შედარებულ იქნება ა. ტიხონოვ - ა. სამარსკისა, ე. ვოლკოვის ცნობილ მეთოდებთან.

დირიხლეს განზოგადებული და კლასიკური სივრცითი ჰარმონიული ამოცანების ამოხსნის შესახებ ალბათური ამოხსნის მეთოდით განხილული არის ზედაპირის მახლობლობაში

მამული ზაქრაძე[1], ზაზა თაბაგარი[1], მანანა მირიანაშვილი[1], ნანა კობლიშვილი[1], თინათინ დავითაშვილი[2]
[1] ნიკო მუსხელიშვილის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
email: m.zakradze@gtu.ge, z.tabagari@gtu.ge, m.mirianashvili@gte.gr, n.koblishvili@gtu.ge
[2] ი.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი, საქართველო
email: tinatin.davitashvili@tsu.ge

განხილულია დირიხლეს განზოგადებული და კლასიკური ჰარმონიული ამოცანების ამოხსნა სპეციალური ტიპის არარეგულარული სამგვერდიანი პირამიდული არისათვის. განზოგადებული ამოცანის ქვეშ იგულისხმება ამოცანა, როდესაც სასაზღვრო ფუნქციას გააჩნია სასრული რაოდენობის პირველი გვარის უწყვეტობის მქონე მრუდები. განხილულ შემთხვევაში, პირამიდის კიდეები აღნიშნული მრუდების როლშია და პირამიდის სიმაღლე გადის ფუძის მახვილი კუთხის წვეროზე. ამოცანის არის სირთულის მიუხედავად, აგებულია სასაზღვრო ამოცანის რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმი, რომელიც შედგება შემდეგი ძირითადი ეტაპებისაგან: ა) ალბათური ამოხსნის მეთოდის (MPS) გამოყენება, რომელიც თავის მხრივ ეფუძნება ვინერის პროცესის კომპიუტერული მოდელირებას; ბ) ვინერის პროცესის სიმულაციის გზისა და პირამიდის ზედაპირის გადაკვეთის წერტილის

პოვნა; გ) რიცხვითი რეალიზაციის კოდის შემუშავება და გამოთვლილი შედეგების სიზუსტის შემოწმება; დ) საძიებო ფუნქციის მნიშვნელობის გამოთვლა ნებისმიერ არჩეულ წერტილზე, რომელიც მდებარეობს არის ზედაპირის მიმდებარედ. საილუსტრაციოდ ჩატარებულია რიცხვითი მაგალითი და წარმოდგენილია შედეგები.

მორბენალი ტალღის სახის (2+1)D-გარდნერის განტოლების ზუსტი ამონახსნი

დავით კალაძე, ლუბა წამალაშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი
თბილისი, საქართველო
email: datokala@yahoo.com, luba_tsamal@yahoo.com

ნაპოვნია მორბენალი ტალღის სახის (2+1)D-გარდნერის არაწრფივი, კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლების ზუსტი ამონახსნი. ამონახსნი მიღებულია ჰიპერბოლური სეკანს ფუნქციით და აქვს სივრცულად იზოლირებული სტრუქტურული ფორმა. შედეგები გამოსახულია შესაბამისი სამგანზომილებიანი გრაფიკებით.

პროტოქართველური მოსახლეობის სვანურ და ქართულ-კოლხურ მოსახლეობებად ტრანსფორმაციის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები

თემურ ჩილაჩავა, გია კვაშილავა, გიორგი ფოჩხუა
სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
emails: temo_chilachava@yahoo.com, gia.kvashilava@tsu.ge, g.pochkhua@sou.edu.ge

ჩვენ მიერ ადრე შემოთავაზებული იყო პროტოქართველური მოსახლეობის ქართულ, მეგრულ, ლაზურ და სვანურ მოსახლეობებად ტრანსფორმაციის სცენარი [1].

[1]-ში შესწავლია I ეტაპი (ძვ.წ. 5000–2500 წწ.) – პროტოქართველური მოსახლეობის დინამიკა მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელირების მეშვეობით. კერძო შემთხვევებში მიღებულია ზუსტი ანალიზური ამოხსნები, ხოლო ცვლადი კოეფიციენტების ზოგად შემთხვევაში – რიცხვითი ამოხსნები.

[2]-ში შესწავლილია II ეტაპი (ძვ.წ. 2500–1000 წწ.). ევროპაში მიგრირებული პელაზგების დინამიკისათვის მიღებულია ზუსტი ანალიზური ამოხსნა. სვანური და ქართულ-კოლხური მოსახლეობების ურთიერთქმედების აღმწერი ორგანზომილებიანი დინამიური სისტემა შესწავლილია კერძო შემთხვევებში. ზოგ შემთხვევაში ნაპოვნია ზუსტი ანალიზური ამოხსნები, ხოლო ზოგ შემთხვევაში დამტკიცებულია თეორემები ამ ორი მოსახლეობის ურთიერთთანაარსებობის შესახებ, როცა არ ხდება სვანური მოსახლეობის სრული ასიმილაცია.

მოცემულ ნაშრომში განხილულია II ეტაპის სვანური და ქართულ-კოლხური მოსახლეობების ურთიერთქმედების აღმწერი ზოგადი ცვალდკოეფიცენტებიანი არაწრფივი დინამიური სისტემის კომპიუტერული მოდელირება. ცვლადი კოეფიციენტების სახით აღებულია ექსპონენციალური და ხარისხოვანი ფუნქციები. ჩატარებულია მრავალრიცხოვანი კომპიუტერული ექსპერიმენტი.

ორივე მოსახლეობის დადებითი დემოგრაფიული ფაქტორის შემთხვევაში ნაჩვენებია, რომ სვანური მოსახლეობა დაახლოებით (0,5-0,6) მილიონიდან, მიუხედავად ზრდადი დემოგრაფიული ფაქტორისა, ასიმილირების შედეგად შემცირდა (0,3-0,4) მილიონამდე. ქართულ-კოლხური მოსახლეობა (2,4-2,5) მილიონიდან იზრდება (3-4) მილიონამდე.

ლიტერატურა

1. Chilachava, T.; Kvashilava, G. and Pochkhua, G. Mathematical model for the Proto-Kartvelian population dynamics. Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, **37** (2023), 7-10.
2. Chilachava, T.; Kvashilava, G. and Pochkhua, G. Mathematical model describing transformation of the Proto-Kartvelian Population. Journal of Mathematical Sciences, Springer, 2024, 9 pg.

ეფექტური სიბლანტის ტემპერატურაზე დამოკიდებულების შემთხვევაში ჯ.ბოლის ძელის განტოლების მიახლოებითი ამოხსნის შესახებ

არჩილ პაპუკაშვილი[1], გიორგი გელაძე[2], მერი შარიქაძე[2]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი &
საქართველოს უნივერსიტეტის მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების სკოლა
თბილისი, საქართველო
email: archil.papukashvili@tsu.ge
[2]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: giorgi.geladze@tsu.ge, meri.sharikadze@tsu.ge

წარმოდგენილი ნაშრომი არის უშუალო გაგრძელება [1]-[4] სტატიების, რომლებშიც განხილულია საწყის-სასაზღვრო ამოცანა ჯ. ბოლის ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებისთვის, რომელიც აღწერს ძელის დინამიკურ მდგომარეობას. მიახლოებითი ამონახსნის საპოვნელად გამოყენებულია გალიორკინის მეთოდი, მდგრადი სიმეტრიული სხვაობიანი სქემა და იაკობის იტერაციული მეთოდი. [1]-[2] სტატიებში ალგორითმი აპრობირებულია ტესტურ მაგალითებზე. ნაშრომში [3]-[4] და მოცემულ ნაშრომში წარმოდგენილია ერთი პრაქტიკული ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნის საკითხები. კერძოდ, კონკრეტული რკინის ძელისთვის საწყის-სასაზღვრო ამოცანის რიცხვითი გათვლების შედეგები. წარმოდგენილ ნაშრომში განხილულია შემთხვევა, როდესაც ეფექტური სიბლანტე დამოკიდებულია ტემპერატურაზე. მოყვანილი რიცხვითი რეალიზაციის შედეგები თვისობრივად დამაკმაყოფილებლად აღწერს განსახილველ პროცესს.

ლიტერატურა

1. Papukashvili, A., Papukashvili, G., Sharikadze, M. Numerical calculations of the J. Ball nonlinear dynamic beam. Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math. **32** (2018), 47-50.
2. Papukashvili, A., Papukashvili, G., Sharikadze, M. On a numerical realization for a Timoshenko type nonlinear beam equation. Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math. **33** (2019), 51-54.
3. Papukashvili, A., Geladze, G., Vashakidze, Z., Sharikadze, M. On the Algorithm of an Approximate Solution and Numerical Computations for J. Ball Nonlinear Integro-Differential Equation. Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math. **36** (2022), 75-78.
4. Papukashvili, A., Geladze, G., Vashakidze, Z., Sharikadze, M. Numerical solution for J. Ball's beam equation with velocity – dependent Effective viscosity. Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math. **37** (2023), 35-38.

სამშრიანი, ნახევრადდისკრეტული სქემის კრებადობის შესახებ კირხჰოფის ტიპის არაწრფივი დინამიური სიმის განტოლებისთვის დროზე დამოკიდებული კოეფიციენტებით

ჯემალ როგავა[1], ზურაბ ვაშაკიძე[2]
[1]ზუსტი და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი,
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
თბილისი, საქართველო
ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: jemal.rogava@tsu.ge
[2]მათემატიკის ინსტიტუტი, მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების სკოლა,
საქართველოს უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: z.vashakidze@ug.edu.ge

ნაშრომში განხილულია კოშის ამოცანა კირხჰოფის არაწრფივი დინამიური განტოლებისთვის დროზე დამოკიდებული მატერიალური კონსტანტებით. ამ ამოცანის მიახლოებითი ამონახსნის საპოვნელად აგებულია სამშრიანი, ნახევრადდისკრეტული სქემა დროითი ცვლადის მიხედვით, სადაც არაწრფივი წევრის მნიშვნელობა აღებულია სქემის შუა კვანძით წერტილში. ეს ნიუანსი მნიშვნელოვანია, რადგან იგი გვაძლევს საშუალებას წრფივი ოპერატორის შებრუნებით მიახლოებითი ამონახსნის მიღებას ყოველ დროით შრეზე. ამ მიდგომით, განხილული არაწრფივი კერძოწამოებულებიანი ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლება დაიყვანება მეორე რიგის, წრფივ, ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემაზე. შესწავლილია განხილული სქემის კრებადობის საკითხები. რიცხვითი რეალიზაციისთვის აგებულია მაღალი რიგის სქემა სივრცითი კოორდინატის მიხედვით. ჩატარებულია რიცხვითი გათვლები რამოდენიმე მოდელური ამოცანისთვის. მიღებული რიცხვითი შედეგები გაანალიზებულია და თანხვედრაშია თეორიულ დასკვნებთან.

რიცხვითი ალგორითმი და ტესტირების შედეგები კირხჰოფის არაწრფივი არაერთგვაროვანი სიმის განტოლებისათვის

ჯემალ ფერაძე[1], ნიკოლოზ კაჭახიძე[2], არჩილ პაპუკაშვილი[3]
[1]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
თბილისი, საქართველო
j_peradze@yahoo.com
[2]საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
n.kachakhidze@gtu.ge
[3]ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
archil.papukashvili@tsu.ge

განიხილება საწყისი სასაზღვრო ამოცანა ინტეგრო-დიფერენციალური არაწრფივი არაერთგვაროვანი განტოლებისთვის, რომელიც აღწერს სიმის რხევას. გალერკინის მეთოდისა და კრანკ-ნიკოლსონის ტიპის სხვაობიანი სქემის გამოყენებით, ამონახსნი დისკრეტიზებულია სივრცისა და დროის ცვლადების მიმართ. ამგვარად, ამოცანა დაყვანილია არაწრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემამდე, რომელიც იხსნება იაკობის იტერაციების მეთოდით და კარდანოს ფორმულით. ალგორითმი აპრობირებულია ტესტური მაგალითებით. წარმოდგენილია გამოთვლების შედეგები.

ნავიე-სტოქსის ორგანზომილებიანი განტოლებების შესახებ უკუმშვადი სითხეებისთვის

ნინო ხატიაშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
email: ninakhatia@gmail.com

შესწავლილია ნიუტონისეული უკუმშვადი სითხის სტაციონარული ორგანზომილებიანი დინება სასრულ ან უსასრულო არეში [1]. განხილულია შესაბამისი ნავიე-სტოქსის განტოლებათა სისტემა სათანადო სასაზღვრო პირობებით. კონფორმულ ასახვათა მეთოდით მიღებულია ამ სისტემის ზუსტი ამოხსნები [2,3].

ლიტერატურა

1. Batchelor, G.K. An Introduction to Fluid Dynamics.Cambridge University Press, 1967.
2. Koppenfels, W., Stallmann, F. Praxis der Konformen Abbildung, Springer, Berlin,1959.
3. Khatiashvili, N. On the Conformal Mapping Method for the Helmholtz Equation, Integral Methods in Science and Engineering, (C. Constanda, Ed.), Birkhauser, New-York,**1** (2010), 173-177.

სარჩევი

მათემატიკის საფუძვლებისა და მათემატიკური ლოგიკის სექცია

გამოყენებითი ლოგიკისა და პროგრამირების სექცია

ალგებრისა, გეომეტრიის და რიცხვთა თეორიის სექცია

ნამდვილი ცვლადის ფუნქციათა თეორიის სექცია

კომპლექსური ანალიზისა და მისი გამოყენებების სექცია

ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისა და ოპტიმალური მართვის სექცია

კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების სექცია

ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის სექცია

უწყვეტ გარემოთა მექანიკის სექცია

მათემატიკური მოდელირებისა და გამოთვლითი მათემატიკის სექცია